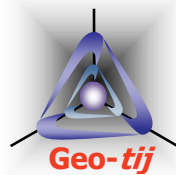


Subloading tij modelの最近の話題

－ 材料パラメータの意味と決め方 －

tij 地盤解析研究所
(株)地域 地盤 環境研究所
中部大学

中井照夫



1

Subloading t_{ij} modelが表現できること

Nakai & Hinokio (2004) : S&F, 44(2)

Nakai, Shahin, Kikumoto, Kyokawa, Zhang & Farias (2011) : S&F, 51(6)

Nakai (2012) : *Constitutive modeling of geomaterials*, CRC Press

(1) **中間主応力**が変形・強度特性におよぼす影響

(2) **引張り応力の発生しない**構成モデル

(3) 変形・強度特性におよぼす間隙比や拘束応力の影響
「過圧密土」

(4) 自然堆積粘土等に見られる構造の発達した土の挙動
「自然堆積土」

t_{ij} の概念

下負荷面の考え方と
その拡張(密度とボン
ディングを考慮)

(5) **ひずみ増分方向**におよぼす応力増分方向の影響

(6) **時間効果特性**すなわちレオロジー特性

パラメータを増やさず塑
性ひずみ増分の分割

正規圧密線(NCL)の
シフトと下負荷面

モデルはこれらの特性を唯一的な材料パラメータで説明できる。

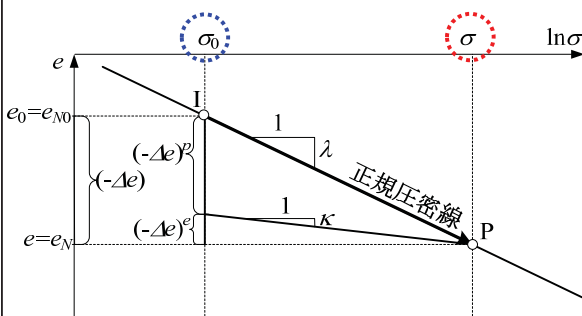
2

1次元における過圧密土および自然堆積土のモデル化

3

弾塑性論による正規圧密土の1次元モデル

正規圧密土ではよく知られている e - $\ln \sigma$ の直線関係が成り立つ。



正規圧密粘土(NC clay)の間隙比変化

λ : 圧縮指数
 κ : 膨潤指数

$$(-\Delta e)^p = (-\Delta e) - (-\Delta e)^e = \lambda \ln \frac{\sigma}{\sigma_0} - \kappa \ln \frac{\sigma}{\sigma_0}$$



$$\begin{cases} F = \ln \frac{\sigma}{\sigma_0} \\ H = \frac{(-\Delta e)^p}{\lambda - \kappa} \end{cases}$$

$$f = F - H = 0$$



適応条件: $df = 0$

$$df = dF - dH = \frac{d\sigma}{\sigma} - \frac{d(-e)^p}{\lambda - \kappa} = 0$$



(塑性成分)

$$d(-e)^p = (\lambda - \kappa) \cdot \frac{d\sigma}{\sigma}$$

(弾性成分)

$$d(-e)^e = \kappa \frac{d\sigma}{\sigma}$$



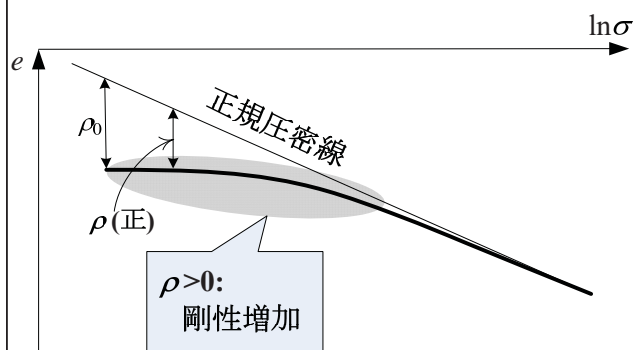
$$d(-e) = d(-e)^p + d(-e)^e = \{(\lambda - \kappa) + \kappa\} \frac{d\sigma}{\sigma}$$

4

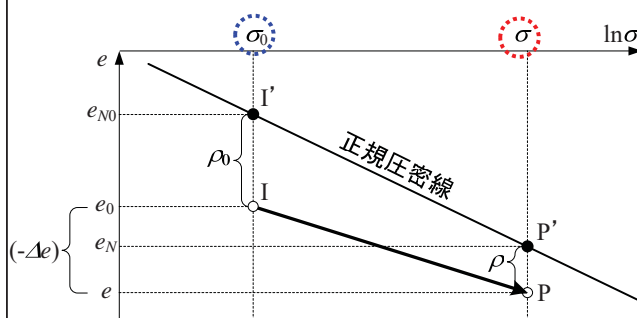
過圧密土の1次元モデル(1)

下負荷面の考え方(橋口, 1977, 1980)を1次元の $e-\ln\sigma$ 関係に適用。

ρ の発展則 $d\rho$ を $G(0)=0$ を満たす正の(増加)関数 $G(\rho)$ を使って表すだけでよい。



過圧密土の間隙比(e) $\sim \ln\sigma$ 関係



過圧密土の間隙比変化

$$(-\Delta e)^p = \lambda \ln \frac{\sigma}{\sigma_0} - \kappa \ln \frac{\sigma}{\sigma_0} - (\rho_0 - \rho)$$

$$f = F - \left\{ H + \frac{\rho_0 - \rho}{\lambda - \kappa} \right\} = 0$$

適応条件: $df = 0$

$$df = dF - dH + \frac{d\rho}{\lambda - \kappa} = 0$$

ρ の発展則: $d\rho = -G(\rho) \cdot d(-e)^p$
(塑性成分) (弾性成分)

$$d(-e)^p = \frac{\lambda - \kappa}{1 + G(\rho)} \cdot \frac{d\sigma}{\sigma}$$

$$d(-e)^e = \kappa \frac{d\sigma}{\sigma}$$

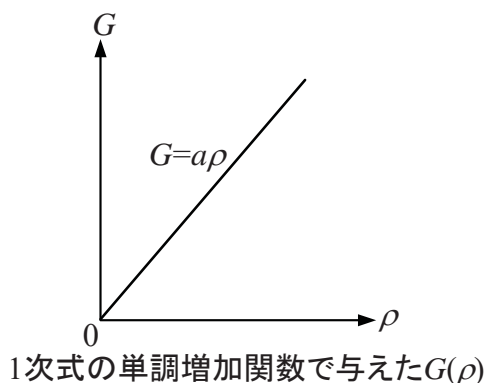
$$d(-e) = d(-e)^p + d(-e)^e = \left\{ \frac{\lambda - \kappa}{1 + G(\rho)} + \kappa \right\} \frac{d\sigma}{\sigma}$$

5

過圧密土の1次元モデル(2)

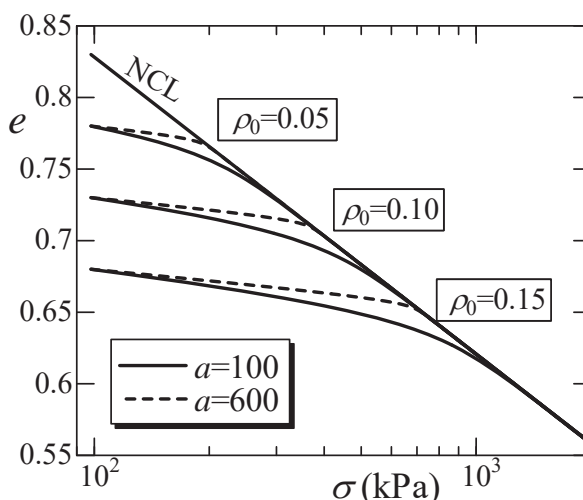
藤森粘土の材料パラメーター

λ	0.09
κ	0.01
$N(e_N \text{ at } \sigma = 98 \text{ kPa})$	0.83
a	100, 600



1次式の単調増加関数で与えた $G(\rho)$

$$G(\rho) = a\rho$$



初期間隙比およびパラメータ a の影響

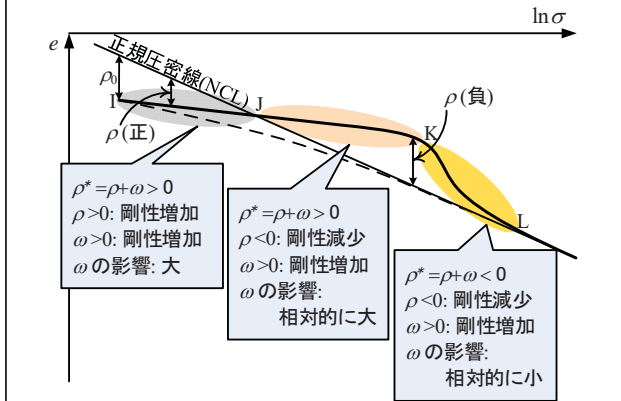
6

自然堆積土の1次元モデル(1)

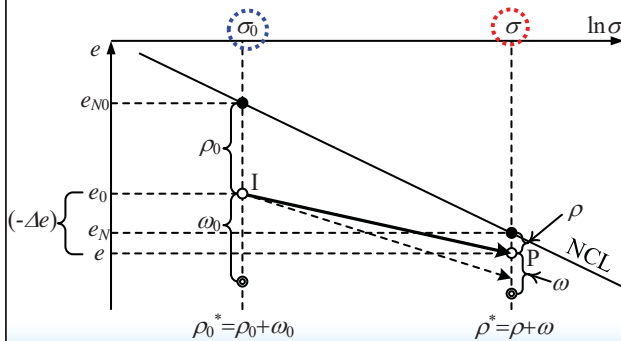
上負荷面の考え方(浅岡他, 2000a)を参考に、下負荷面だけでモデル化。

ボンディング効果を ω で表すと、 ρ の発展則 $d\rho$ に ω を加えるだけ。

ω は常に剛性増加の効果を持ち、 $Q(\omega)$ も $G(\rho)$ 同様 $Q(0)=0$ を満たす正の(増加)関数。



自然堆積土の間隙比(e) \sim $\ln \sigma$ 関係



自然堆積土の間隙比変化

$$f = F - \left\{ H + \frac{\rho_0 - \rho}{\lambda - \kappa} \right\} = 0$$

↓ 適応条件: $df = 0$

$$df = dF - dH + \frac{d\rho}{\lambda - \kappa} = 0$$

↓

(塑性成分)

$$d(-e)^p = \frac{\lambda - \kappa}{1 + G(\rho^*)} \cdot \frac{d\sigma}{\sigma}$$

(弾性成分)

$$d(-e)^e = \kappa \frac{d\sigma}{\sigma}$$

$$d(-e) = d(-e)^p + d(-e)^e = \left\{ \frac{\lambda - \kappa}{1 + G(\rho^*)} + \kappa \right\} \frac{d\sigma}{\sigma}$$

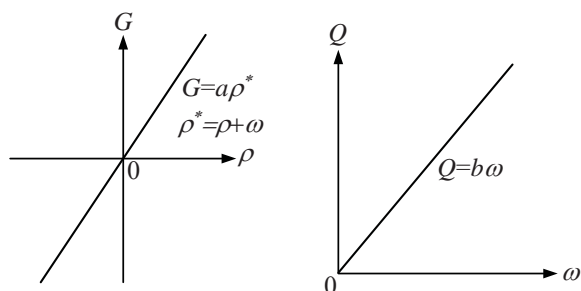
where $\rho^* = \rho + \omega$

7

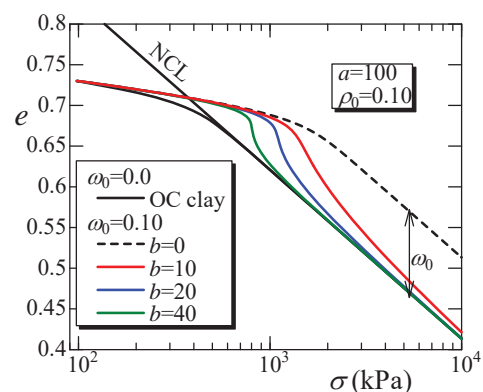
自然堆積土の1次元モデル(2)

材料パラメーター

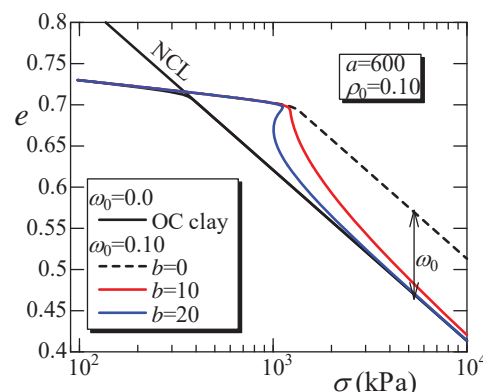
λ	0.09
κ	0.01
N (e_N at $\sigma = 98 \text{ kPa}$)	0.83
a	100, 600
ω_0	0.1
b	10, 20, 40



1次式の単調増加関数で与えた $G(\rho^*)$ と $Q(\omega)$



$a=100$



$a=600$

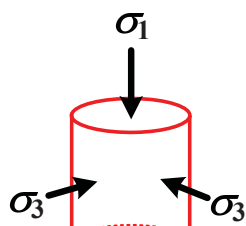
b を変えた計算例

8

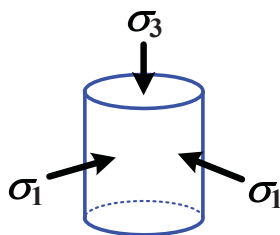
1次元モデルの3次元への拡張

9

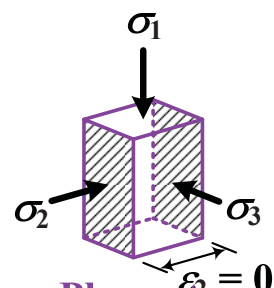
要素試験で経験する3次元応力状態



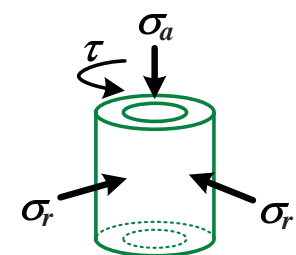
Comp.
三軸圧縮



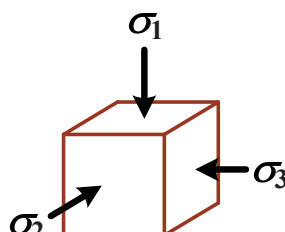
Ext.
三軸伸張



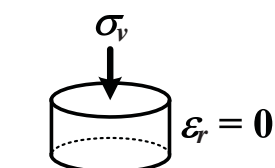
Plane st.
平面ひずみ



Hollow cylinder
中空ねじり



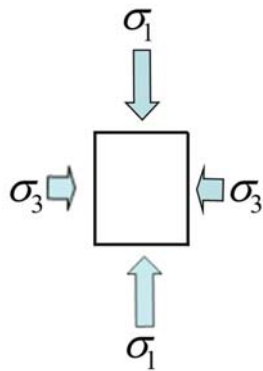
True triaxial
真三軸



Oedometer
標準圧密

10

2次元状態での応力の不変量

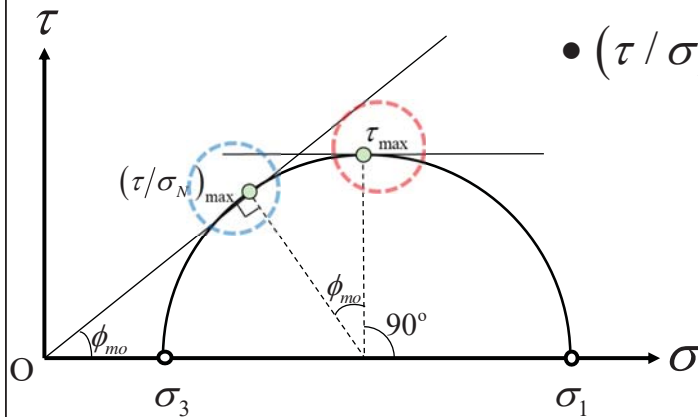


- τ_{\max} 面上での応力および応力比:

$$\sigma_{45^\circ} = s = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$$

$$\tau_{45^\circ} = t = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

$$\frac{\tau_{45^\circ}}{\sigma_{45^\circ}} = \frac{t}{s} = \sin \phi_{mo} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3}$$



- $(\tau / \sigma_N)_{\max}$ 面上での応力および応力比:

$$\sigma_N = \frac{2\sigma_1\sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3}$$

$$\tau = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)\sqrt{\sigma_1\sigma_3}}{\sigma_1 + \sigma_3}$$

$$\frac{\tau}{\sigma_N} = \tan \phi_{mo} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2\sqrt{\sigma_1\sigma_3}} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_3}} - \sqrt{\frac{\sigma_3}{\sigma_1}} \right)$$

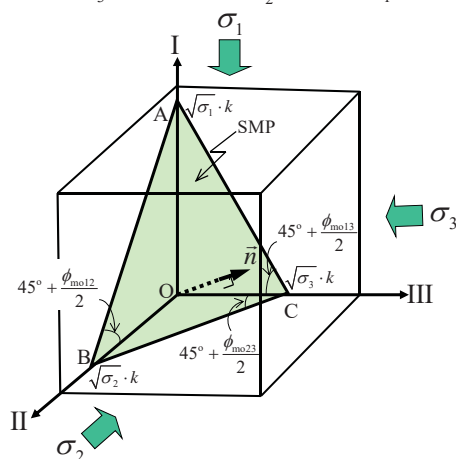
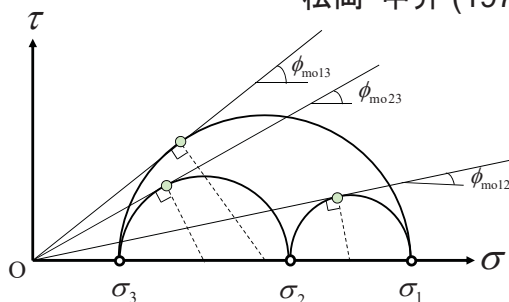
村山(1964)

11

t_{ij} model で着目する面

空間滑動面 (SMP)

松岡・中井 (1974)

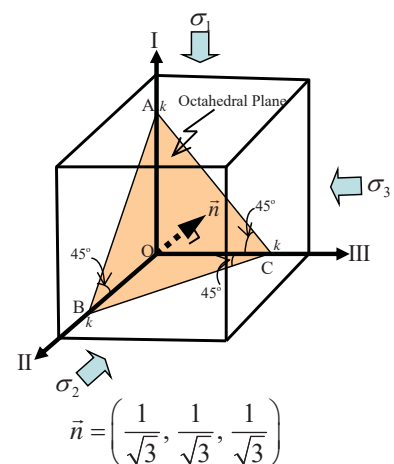
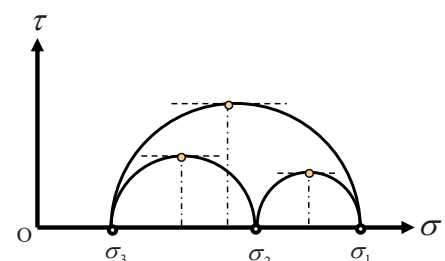


$$\vec{n} = (a_1, a_2, a_3) = \left(\sqrt{I_3 / (I_2 \sigma_1)}, \sqrt{I_3 / (I_2 \sigma_2)}, \sqrt{I_3 / (I_2 \sigma_3)} \right)$$

$$a_1 : a_2 : a_3 = \frac{1}{\sqrt{\sigma_1}} : \frac{1}{\sqrt{\sigma_2}} : \frac{1}{\sqrt{\sigma_3}}$$

cf. ordinary model (e.g. Cam clay)

正八面体面 (Oct. plane)



$$\vec{n} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$$

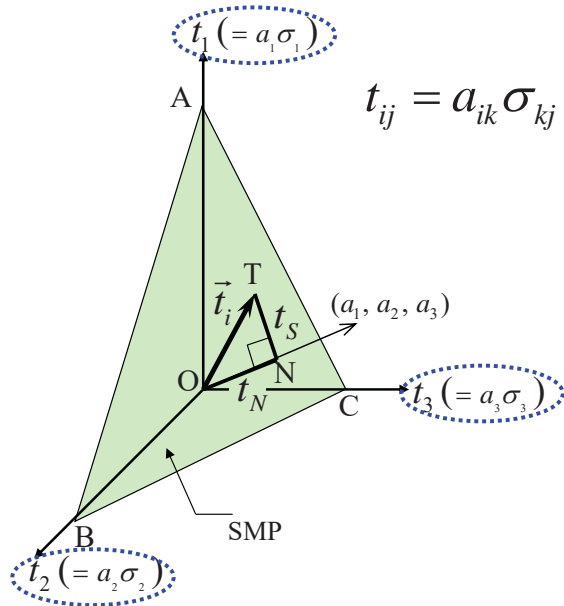
12

t_{ij} modelで使われる応力パラメータ

t_{ij} の概念に基づく応力の不変量

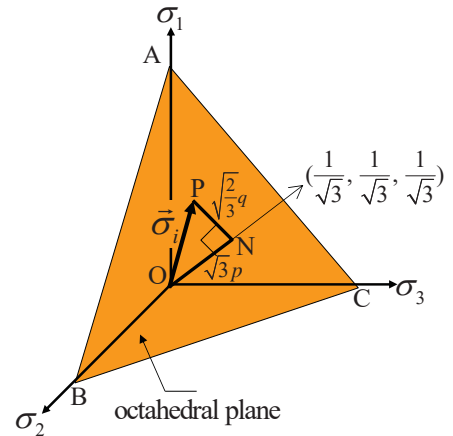
中井・三原(1984)

$$t_1 = a_1 \sigma_1, \quad t_2 = a_2 \sigma_2, \quad t_3 = a_3 \sigma_3$$



$$\begin{cases} t_N = ON = t_1 a_1 + t_2 a_2 + t_3 a_3 \\ t_s = NT = \sqrt{(t_1 a_2 - t_2 a_1)^2 + (t_2 a_3 - t_3 a_2)^2 + (t_3 a_1 - t_1 a_3)^2} \end{cases}$$

cf. ordinary model (e.g. Cam clay)



$$\begin{cases} p = \frac{1}{\sqrt{3}} ON = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \\ q = \frac{1}{\sqrt{2}} NP = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \end{cases}$$

13

微視的観点からみた t_{ij} の意味

- Satake(1984)による構造テンソルの主値と応力比の関係

$$\phi_1 / \phi_2 \approx (\sigma_1 / \sigma_2)^{0.5}$$

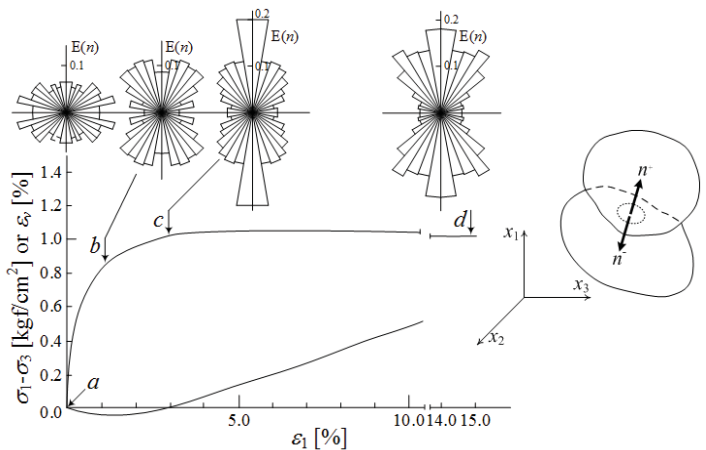
- Satake(1982)による修正応力

$$\sigma_{ij}^* = (1/3) \phi_{ik}^{-1} \sigma_{kj}$$

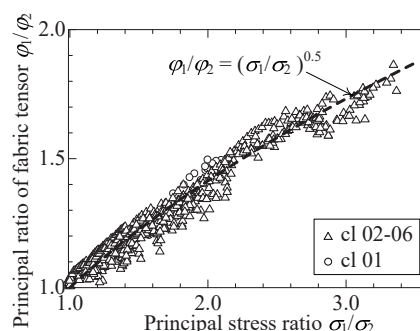
- 修正応力 t_{ij} (Nakai & Mihara, 1984)

$$t_{ij} = a_{ik} \sigma_{kj}$$

$$(a_1, a_2, a_3) = \left(\sqrt{\frac{I_3}{I_2 \sigma_1}}, \sqrt{\frac{I_3}{I_2 \sigma_2}}, \sqrt{\frac{I_3}{I_2 \sigma_3}} \right)$$



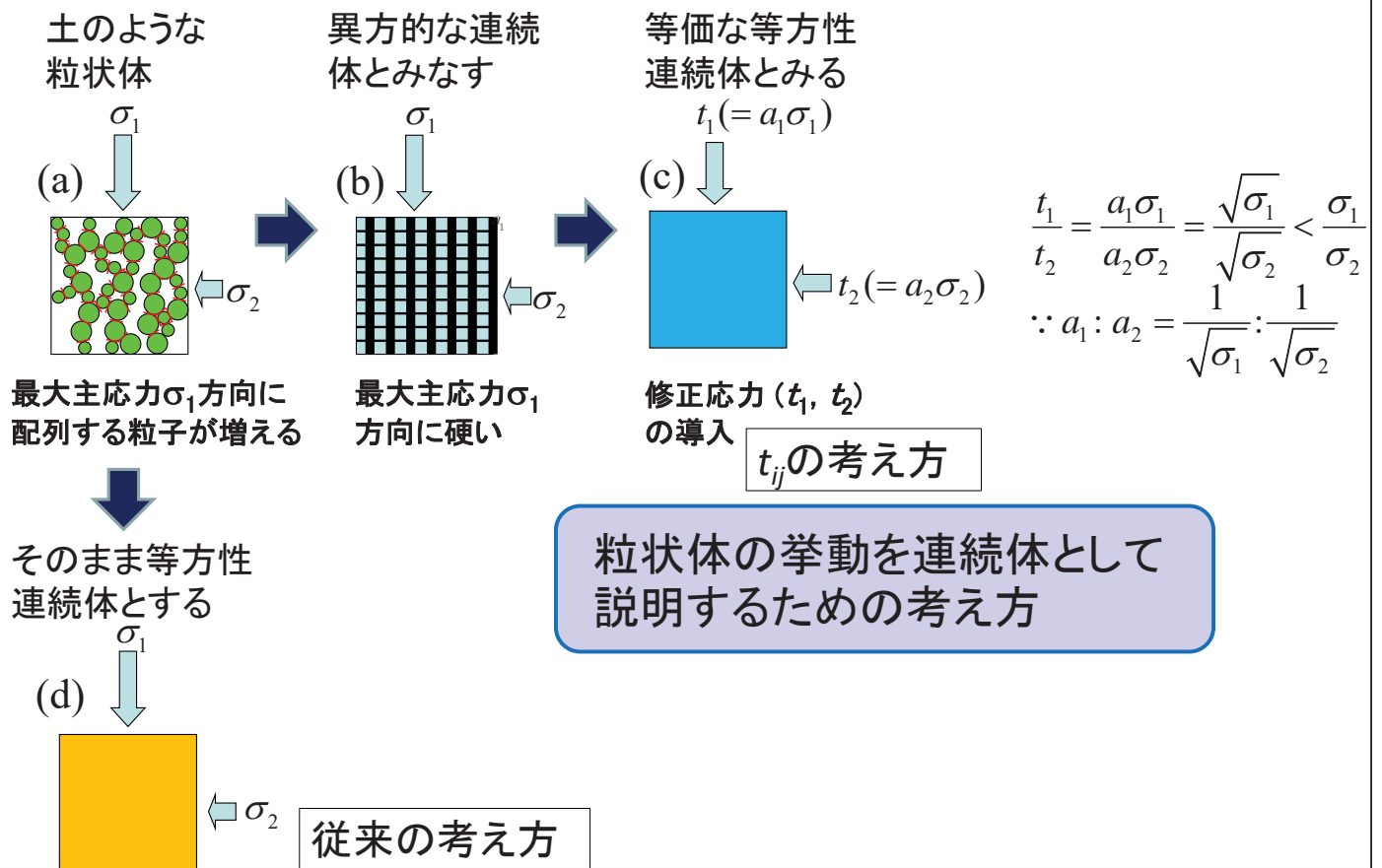
応力・ひずみ関係と粒子接平面の法線頻度分布(Oda, 1972; 1993)



DEMIによる構造テンソルの主値の変化(Maeda et.al., 2006)

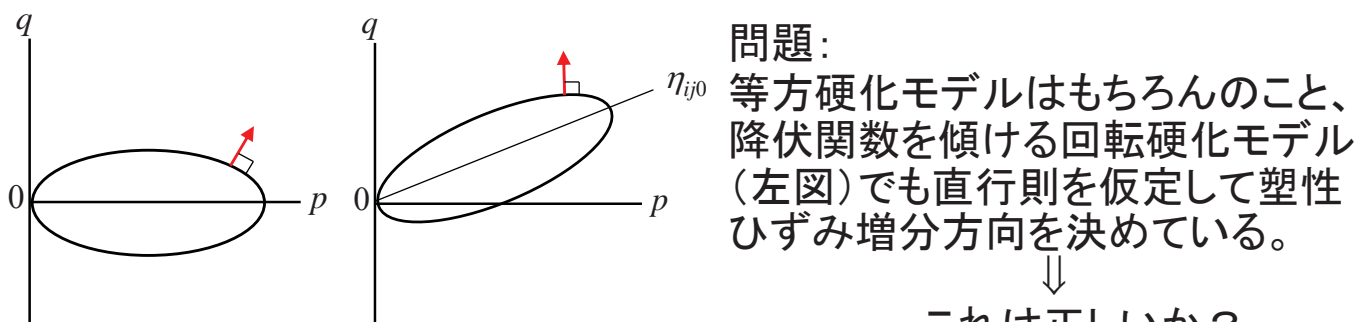
14

t_{ij} の概念に基づく塑性論と通常の塑性論

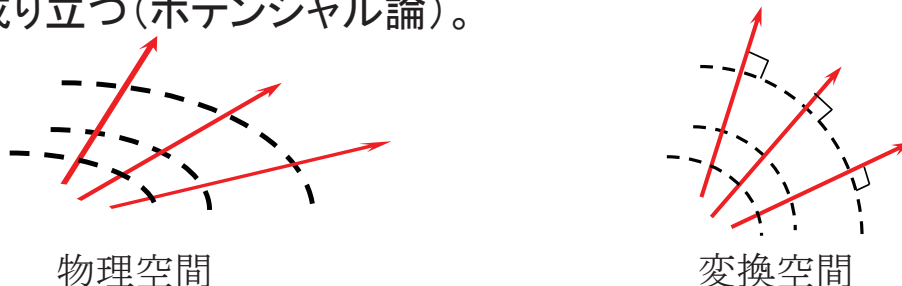


15

t_{ij} の概念における流れ則(直交則)の意味



例えば、異方性地盤の透水問題では流れの方向は物理空間の等ポテンシャル面に直交せず、等方的な透水係数になるように変換した空間で直行則が成り立つ(ポテンシャル論)。



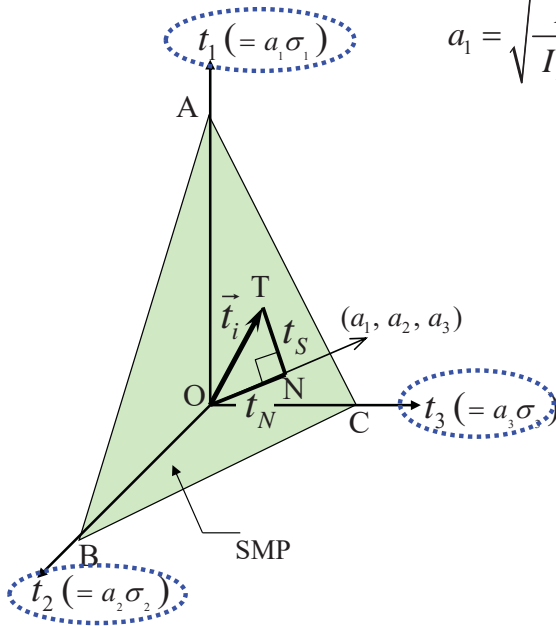
t_{ij} の考え方は応力(応力比)誘導異方性を有する材料を、等価な等方性を有する材料に置き換えることを意味する。そのような意味において、 σ_{ij} 空間ではなく t_{ij} 空間で直行則を考えるのが妥当だと言える。

16

t_{ij} の応力パラメータ(t_S t_N)の意味

SMPの方向余弦：

$$a_1 = \sqrt{\frac{I_3}{I_2 \sigma_1}}, \quad a_2 = \sqrt{\frac{I_3}{I_2 \sigma_2}}, \quad a_3 = \sqrt{\frac{I_3}{I_2 \sigma_3}}$$



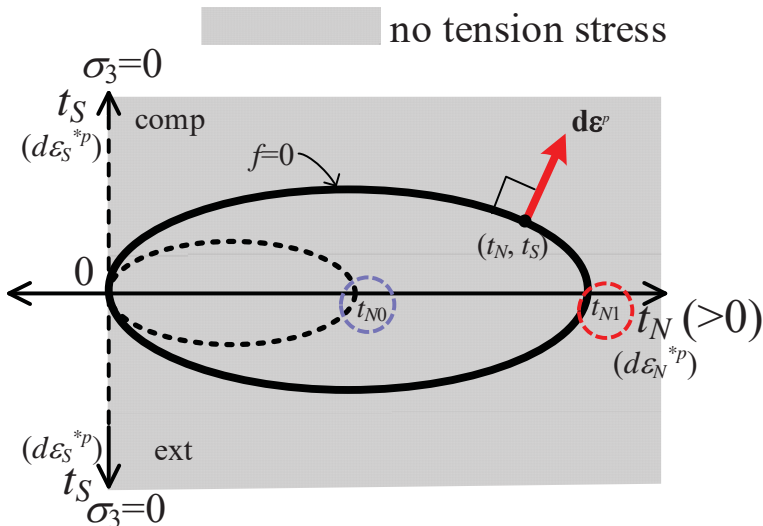
応力パラメータ：

$$\begin{cases} t_N = t_1 a_1 + t_2 a_2 + t_3 a_3 \\ t_S = \sqrt{(t_1 a_2 - t_2 a_1)^2 + (t_2 a_3 - t_3 a_2)^2 + (t_3 a_1 - t_1 a_3)^2} \end{cases}$$

- ($t_1=a_1\sigma_1$, $t_2=a_2\sigma_2$, $t_3=a_3\sigma_3$)は応力誘導異方性を示す粒状性材料を等方的な連続体として扱うための修正応力である。
- 修正応力空間でSMPに垂直な成分 t_N と平行な成分 t_S を応力パラメータとし、応力比 $X = t_S / t_N$ でせん断挙動が説明できることは、粒状性材料は摩擦則でその挙動が支配されることを意味する。

17

t_{ij} model



$$d\varepsilon_{ij}^p = \Lambda \frac{\partial F}{\partial t_{ij}}$$

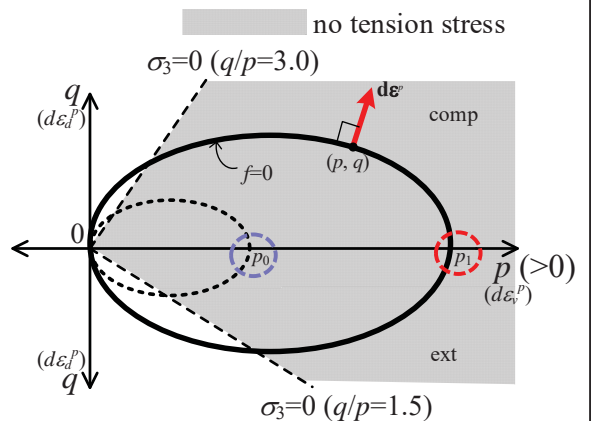
$$F = \ln \frac{t_{N1}}{t_{N0}} = \ln \frac{t_N}{t_{N0}} + \varsigma(X) \quad (\text{where } X = t_S / t_N)$$

$$\varsigma(X) = \frac{1}{\beta} \left(\frac{X}{M^*} \right)^\beta$$

Λ は適応条件($df=0$)から決められる

t_{ij} modelの初期および現降伏曲面と塑性流れ則

cf. ordinary model (e.g. Cam clay)



$$d\varepsilon_{ij}^p = \Lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}$$

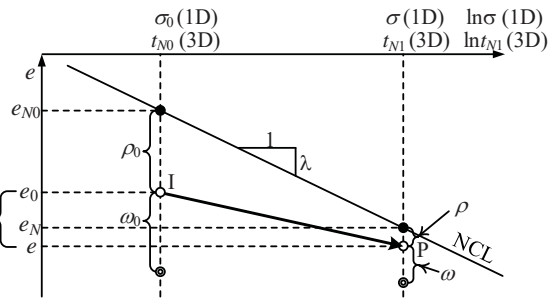
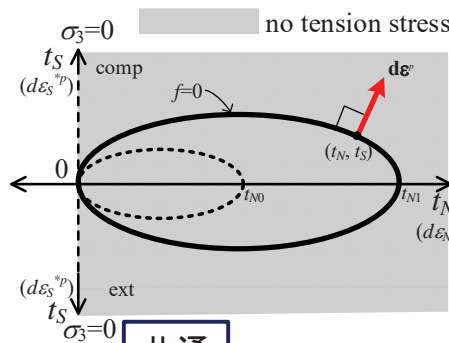
$$F = \ln \frac{p_1}{p_0} = \ln \frac{p}{p_0} + \varsigma(\eta) \quad (\text{where } \eta = q/p)$$

$$\varsigma(\eta) = \frac{\eta}{M} \quad (\text{ori.})$$

$$= \ln \frac{M^2 + \eta^2}{M^2} \quad (\text{mod.})$$

18

1D modelとSubloading t_{ij} model



降伏関数:

共通

3D

1D

$$f = F - \left\{ H + \frac{\rho_0 - \rho}{\lambda - \kappa} \right\} = 0$$

$$F = \ln \frac{t_{N1}}{t_{N0}}, \quad H = \frac{(-\Delta e)^p}{\lambda - \kappa}$$

$$F = \ln \frac{\sigma}{\sigma_0}, \quad H = \frac{(-\Delta e)^p}{\lambda - \kappa}$$

適応条件($f=0$):

$$df = dF - dH + \frac{d\rho}{\lambda - \kappa} = 0$$

ρ, ω の発展則:

$$\rho^* = \rho + \omega$$

$$\begin{cases} G = a\rho^* \\ Q = b\omega \end{cases}$$

$$d\rho = -(1+e_0)\sqrt{3} \frac{G}{1+k_a X} \frac{\Lambda}{t_N}$$

$$d\omega = -(1+e_0)\sqrt{3} Q \frac{\Lambda}{t_N}$$

$$d\rho = -G d(-e)^p$$

$$d\omega = -Q d(-e)^p$$

塑性ひずみ増分:

$$d\varepsilon_{ij}^p = \Lambda \frac{\partial F}{\partial t_{ij}} = \frac{dF}{\frac{1+e_0}{\lambda - \kappa} \left\{ \frac{\partial F}{\partial t_{kk}} + \frac{\sqrt{3} G}{(1+k_a X) t_N} \right\}} \frac{\partial F}{\partial t_{ij}}$$

$$d\varepsilon^p = \frac{d(-e)^p}{1+e_0} = \frac{dF}{\frac{1+e_0}{\lambda - \kappa} \{1+G\}}$$

19

Subloadong t_{ij} modelの材料パラメータ

藤森粘土の材料パラメータ

λ	0.090	Same parameters as Cam clay model
κ	0.010	
$N = e_{NC} \text{ at } p = 98 \text{ kPa}$	0.83	
$R_{cs} = (\sigma_1/\sigma_3)_{cs(comp.)}$	3.5	
v_e	0.2	
β	1.5	Shape of yield surface
a	100	Influence of density and confining pressure
k_a	8	
ω_0	0.10	Influence of bonding
b	20	
k_b	0	

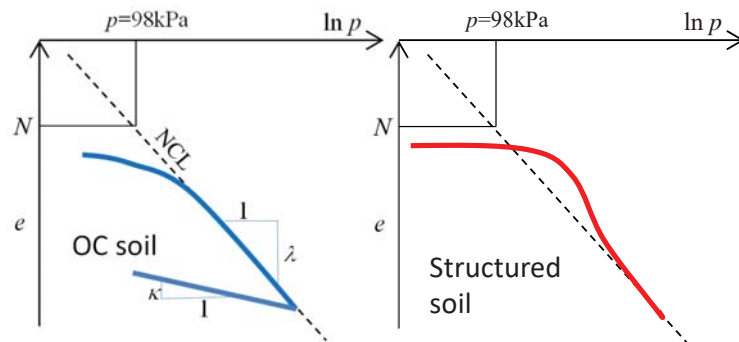
Normally consolidated

Over consolidated

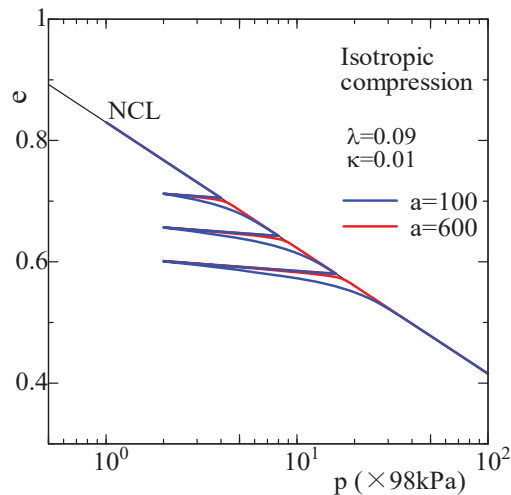
Structured

20

等方圧縮に関するパラメータ(λ , κ , N , a)



- NCLの $P=98\text{kPa}$ の間隙比が N となる。
- Bondingのない試験結果から a を決める
- Bondingのある場合 ω_0 および b を決める



$$d\rho = -(1+e_0)\sqrt{3} \frac{G}{1+k_a X} \cdot \frac{\Lambda}{t_N} \quad \text{where, } G = a p$$

$$= -(1+e_0)\sqrt{3} G \cdot \frac{\Lambda}{t_N} \quad (= -G \cdot d(-e)^p)$$

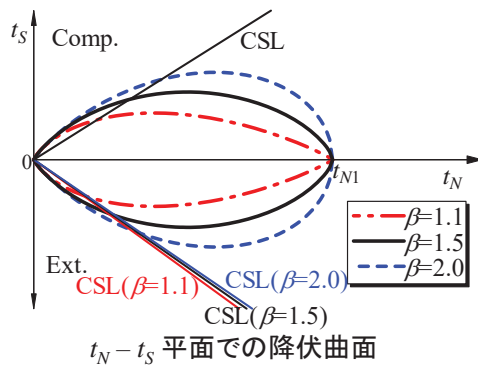
($\because X = 0$ under isotropic compression)

- a を大きくすると弾性的挙動に近づく。また a の値に拘わらず必ずNCLに収束。

a を変えた等方圧縮繰返し試験の解析結果

21

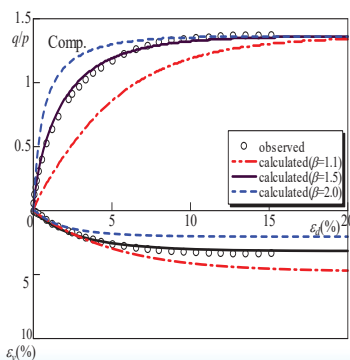
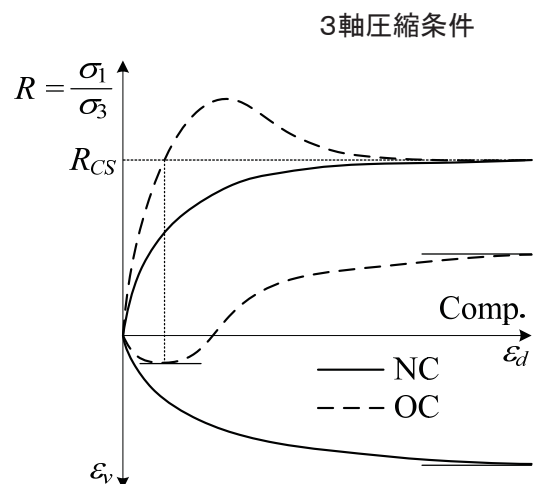
せん断時のパラメータ(β および R_{CS})



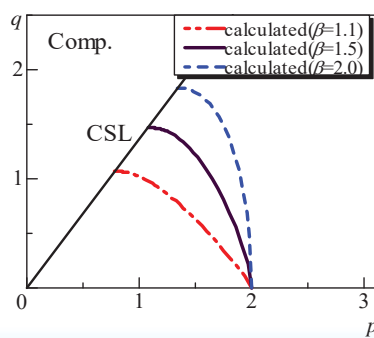
$t_N - t_S$ 平面での降伏曲面

$$\varsigma(X) = \frac{1}{\beta} \left(\frac{X}{M^*} \right)^\beta$$

($\varsigma(0) = 0$ を満たす増加関数)



正規圧密土の排水三軸試験

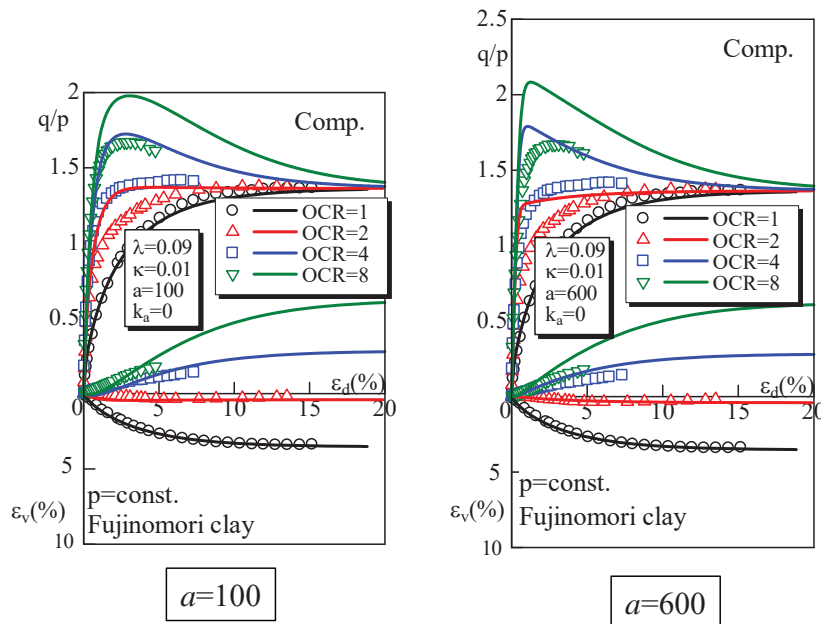


正規圧密土の非排水三軸試験

22

せん断試験結果(プロット)と k_a を考慮しない解析結果(実線)

排水三軸圧縮試験

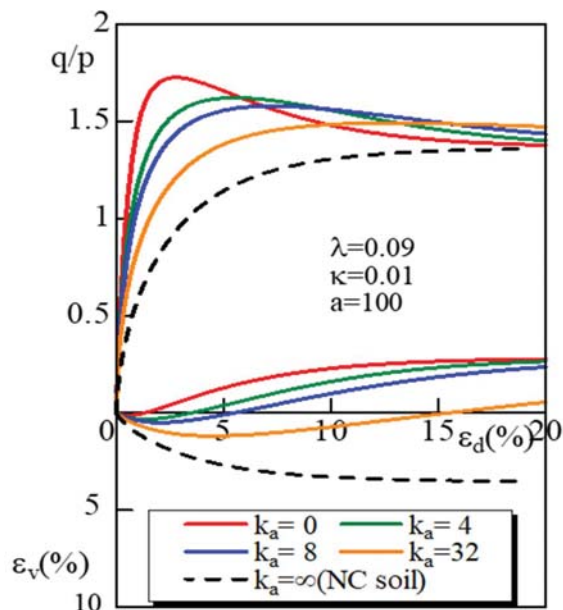


$$\bullet d\rho = -(1+e_0)\sqrt{3}G \cdot \frac{\Lambda}{t_N} \quad (G = a\rho)$$

等方圧縮試験から得られる a を使いせん断試験を解析すると, a の値に依らず硬い応答を示す

23

せん断時の応力・ひずみ関係を調整するパラメータ k_a



$$\bullet d\rho = -(1+e_0)\sqrt{3}G \cdot \frac{\Lambda}{t_N}$$

where, $G = a\rho$

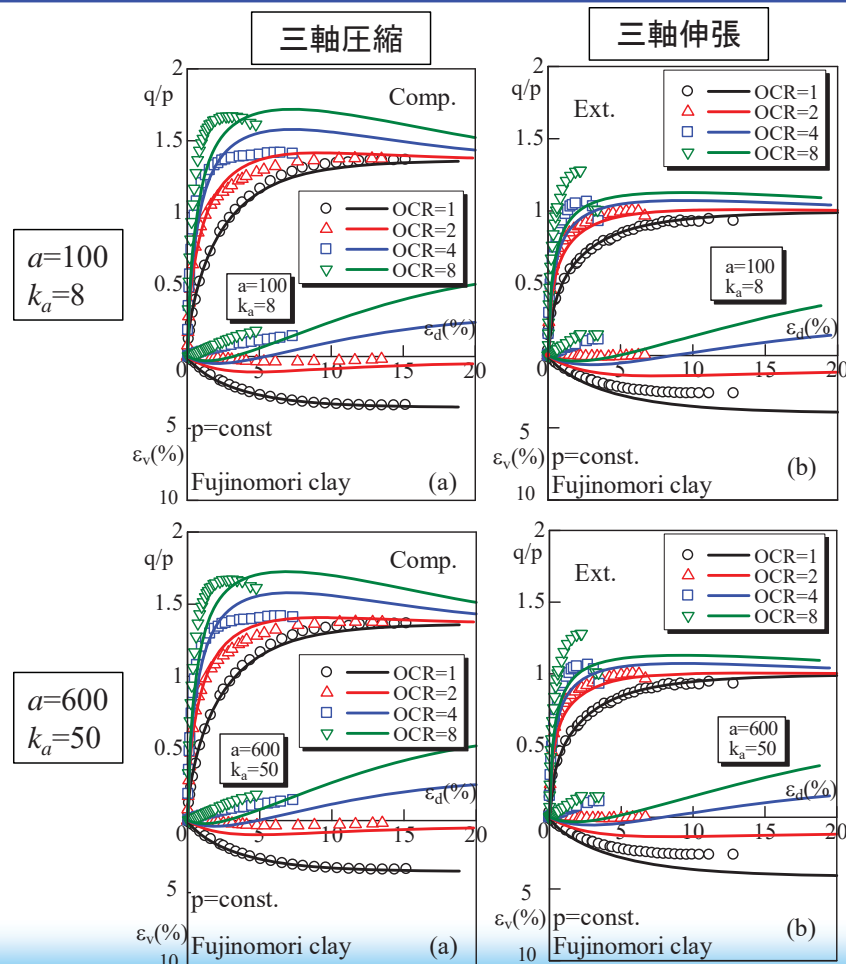


$$\bullet d\rho = -(1+e_0)\sqrt{3} \frac{G}{1+k_a X} \cdot \frac{\Lambda}{t_N}$$

k_a を導入することで同じ等方圧縮特性のままでせん断時の応力・ひずみ特性を変えること出来る。

24

正規および過圧密粘土のせん断で追加するパラメータ (k_a)



$$d\rho = -(1+e_0)\sqrt{3} \frac{G}{1+k_a X} \cdot \frac{\Lambda}{t_N}$$

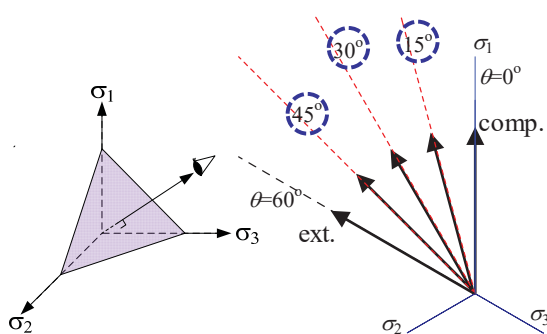
$a=100$ と $a=600$ の場合でも k_a で調整することにより、ほぼ同じせん断時の応力・ひずみ・ダイレイタンス挙動を表現可能。

ここに、 a と k_a の比率を同じにするとほぼ同一の応力・ひずみ曲線になる。

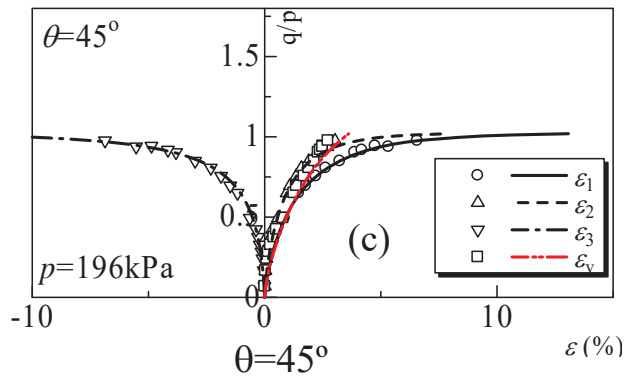
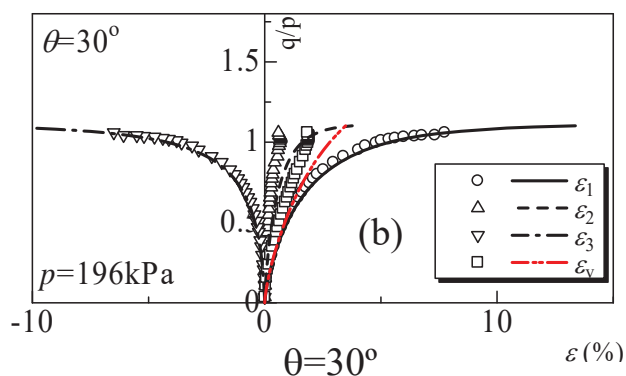
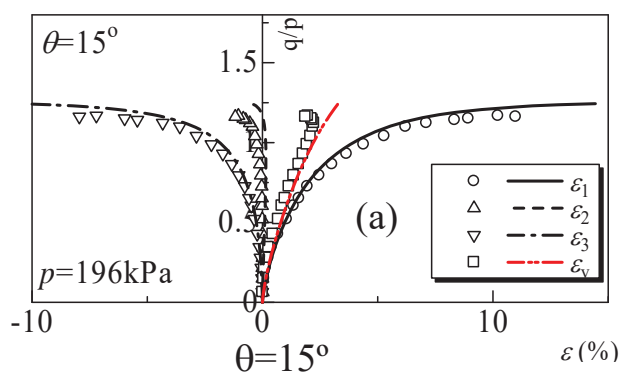
$$100:8 \square 600:50$$

25

正規圧密粘土の3主応力制御試験



正八面体面上の応力経路

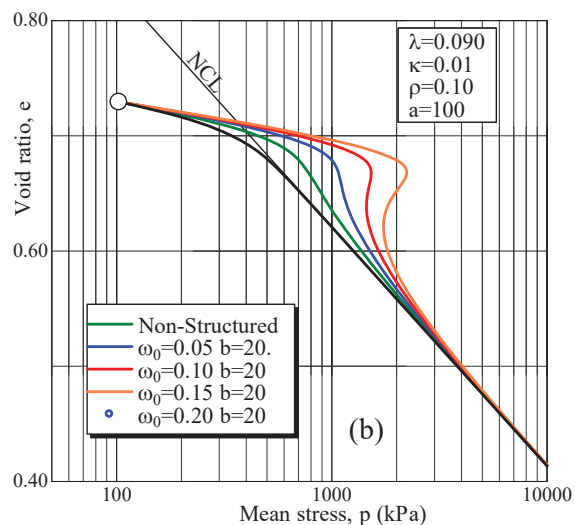
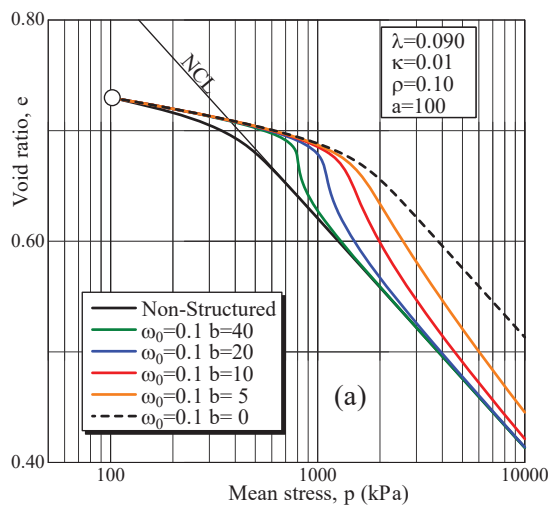


26

自然堆積土の圧縮に関するパラメータの決定法(ω_0, b)

自然堆積土の等方圧縮試験で追加するパラメータ

$$\omega = \omega_0 + \int d\omega, \quad d\omega = -(1+e_0)\sqrt{3}Q \frac{\Lambda}{t_N} \quad (Q = b\omega)$$



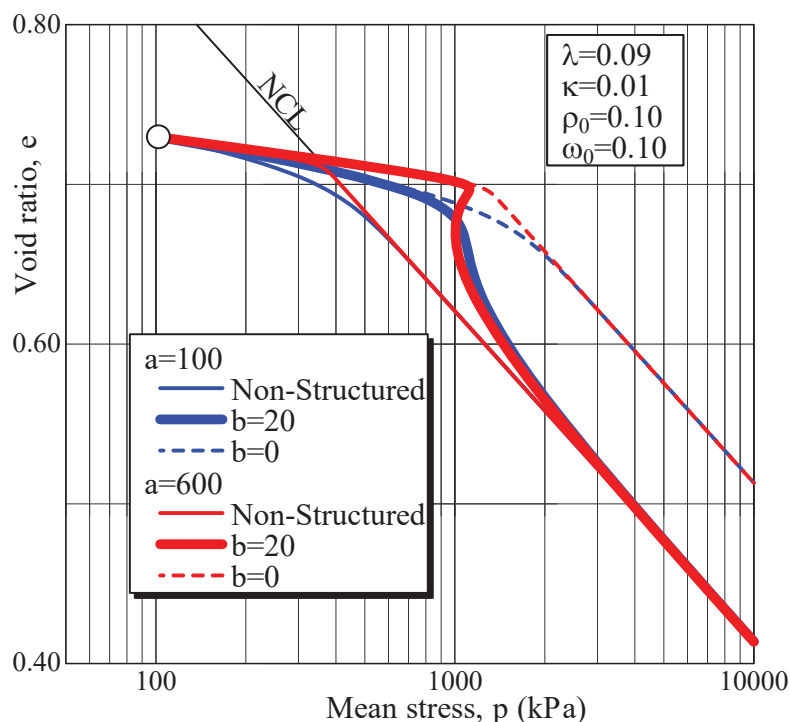
$\omega_0=0.1$ で b を変化させたときの解析結果

$b=20.0$ で ω_0 を変化させたときの解析結果

b の値に拘わらず $e_{NC}+\omega$ より間隙比は緩くならない

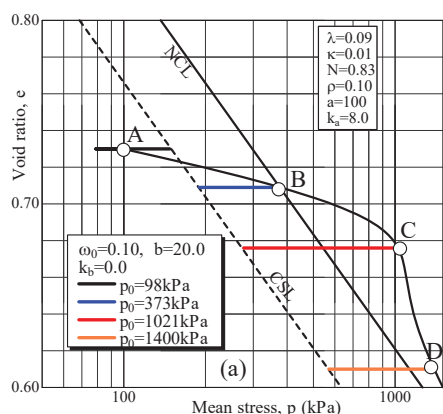
27

自然堆積土の圧縮特性に及ぼす密度parameter a の影響



28

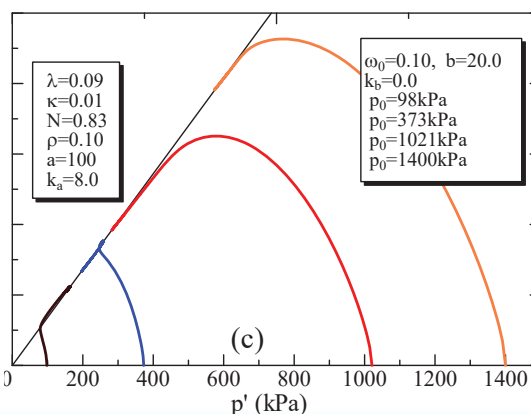
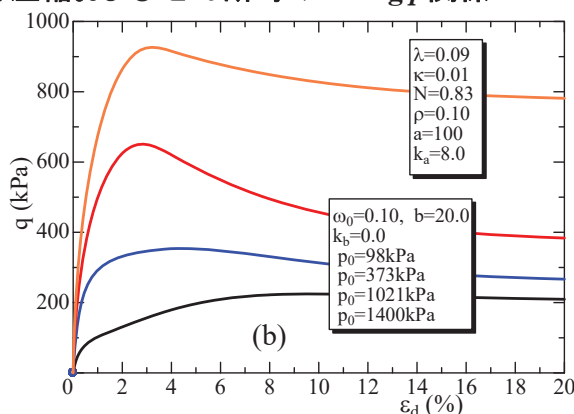
Structured clayの非排水せん断の解析(a=100, ka=8の場合)



$e_0=0.73$, $p_0=98\text{kPa}$, $\omega_0=0.10$, $b=20$ の初期状態から等方圧縮後異なる拘束応力下の非排水三軸圧縮の解析結果

$$d\omega = -(1+e_0)\sqrt{3}Q\frac{\Lambda}{t_N}$$

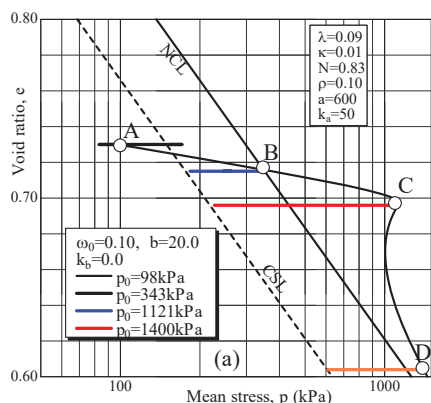
等方圧縮およびせん断時の $e \sim \log p$ 関係



非排水せん断時の偏差応力～偏差ひずみ関係と有効応力経路

29

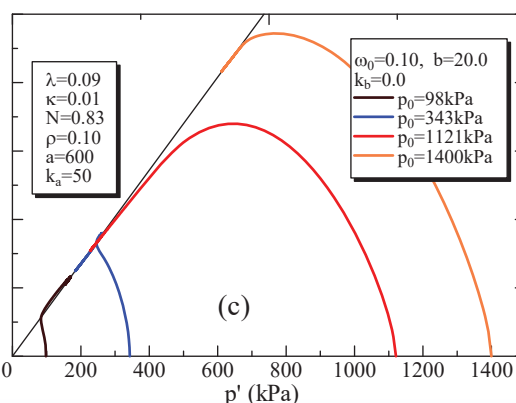
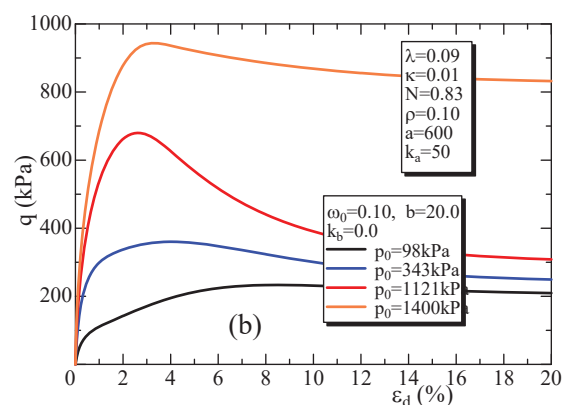
Structured clayの非排水せん断の解析(a=600, ka=50の場合)



$e_0=0.73$, $p_0=98\text{kPa}$, $\omega_0=0.10$, $b=20$ の初期状態から等方圧縮後異なる拘束応力下の非排水三軸圧縮の解析結果

$$d\omega = -(1+e_0)\sqrt{3}Q\frac{\Lambda}{t_N}$$

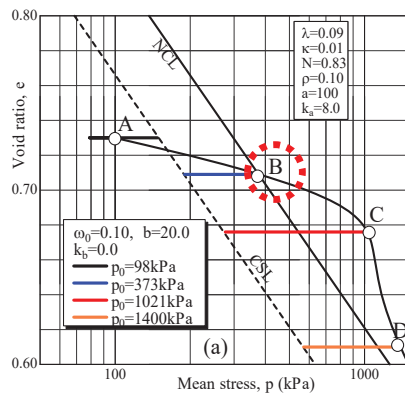
等方圧縮およびせん断時の $e \sim \log p$ 関係



非排水せん断時の偏差応力～偏差ひずみ関係と有効応力経路

30

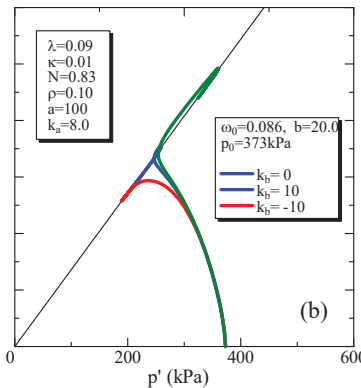
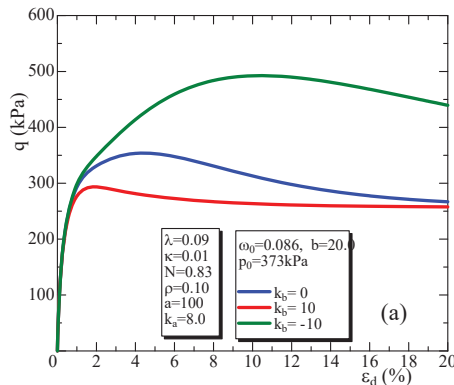
非排水せん断挙動を調整するパラメータ k_b



$$d\omega = -(1+e_0)\sqrt{3}Q \frac{\Lambda}{t_N}$$



$$\begin{cases} d\omega = -(1+e_0)\sqrt{3}Q \frac{\Lambda}{t_N} \cdot (1+k_b X) & \text{if } k_b \geq 0 \\ d\omega = -(1+e_0)\sqrt{3}Q \frac{\Lambda}{t_N} / (1-k_b X) & \text{if } k_b < 0 \end{cases}$$

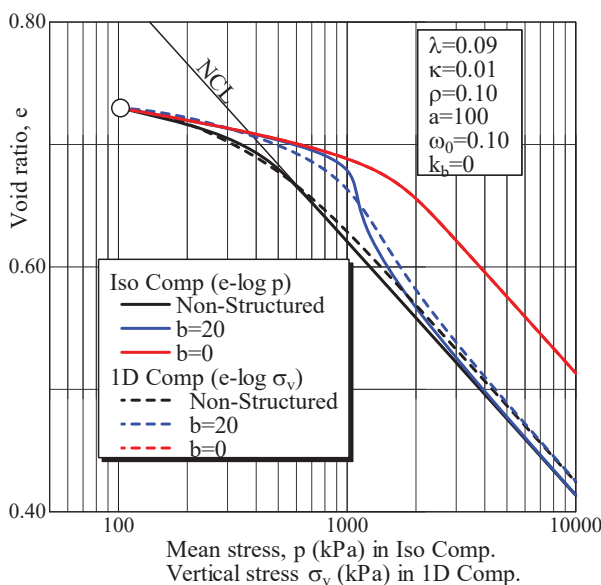


$k_b > 0$ でボンディングの影響をせん断時に早く消失させることが出来、 $k_b < 0$ で影響を遅くまで残すことが出来る。

B点からの 非排水せん断時の偏差応力～偏差ひずみ関係と有効応力経路

31

過圧密土および自然堆積土の等方および標準圧密の解析



同図より、等方圧密の $e \sim \log p$ 関係のNCLと標準圧密($\varepsilon_h=0$)の $e \sim \log \sigma_v$ 関係のNCLには大きな差はなので、標準圧密からNCLを決めても問題はない。

圧縮曲線でbondingがある場合両者には多少の差はあるが、せん断特性のシミュレーションにおいて k_b でせん断特性のfittingが可能といえる。

以上より、標準圧密試験と圧密非排水試験があればすべてのparameterが設定出来る。

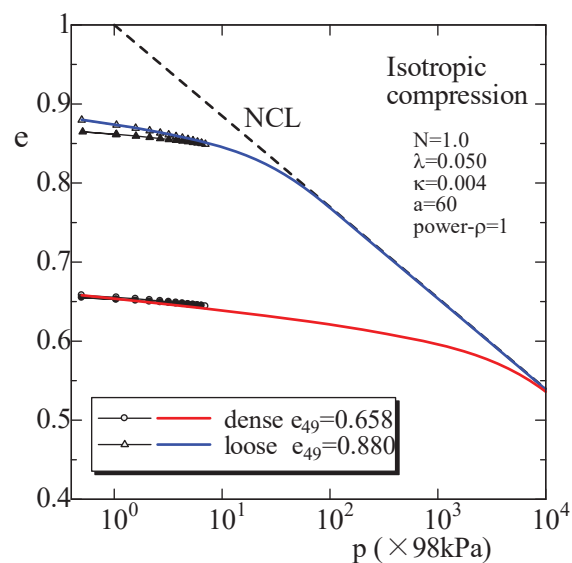
実線: 等方圧縮の間隙比(e)～平均応力(p)関係
破線: 標準圧密の間隙比(e)～鉛直応力(σ_v)関係

32

豊浦砂の材料パラメータと等方圧縮試験結果

材料パラメータ

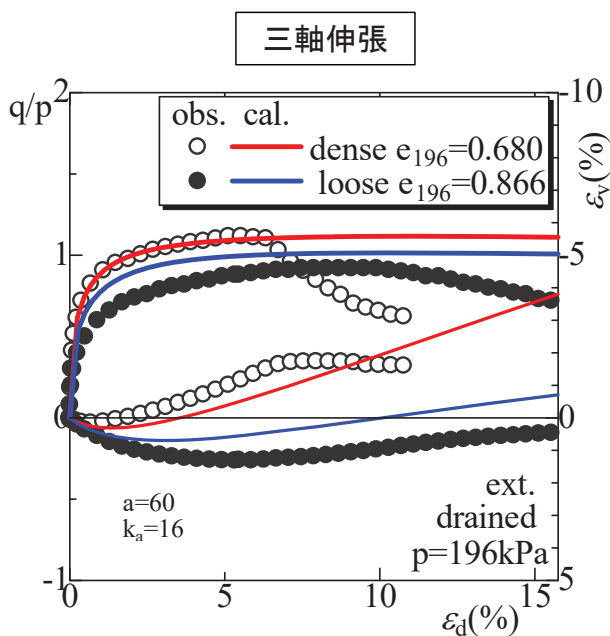
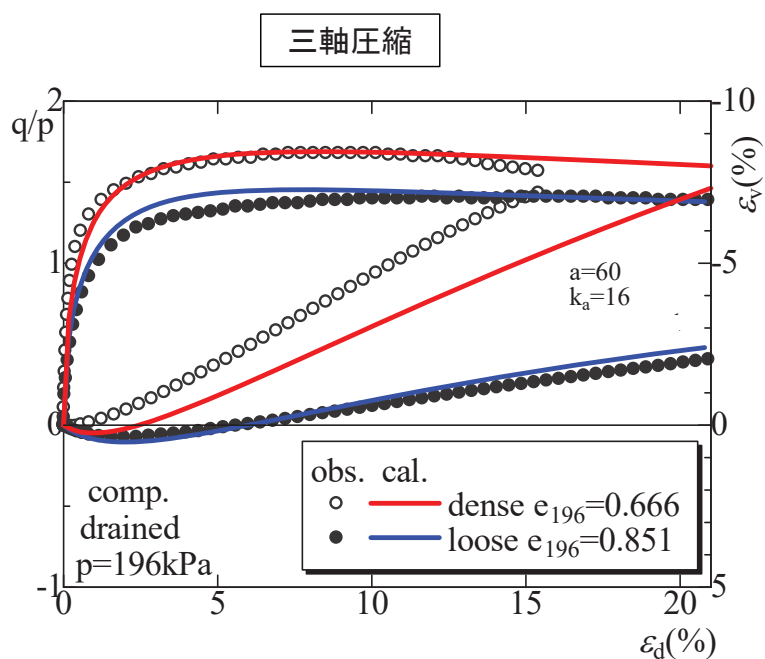
λ	0.05	Same parameters as Cam clay model
κ	0.004	
e_{NC} at $p = 98 \text{ kPa}$ & $q = 0 \text{ kPa}$	1.0	
$R_{cs} = (\sigma_1/\sigma_3)_{cs(comp.)}$	3.2	
v_e	0.2	
β	1.6	Shape of yield surface (same as original Cam clay at $\beta = 1$)
a	60	Influence of density and confining pressure
k_a	16	



等方圧縮試験結果とシミュレーション

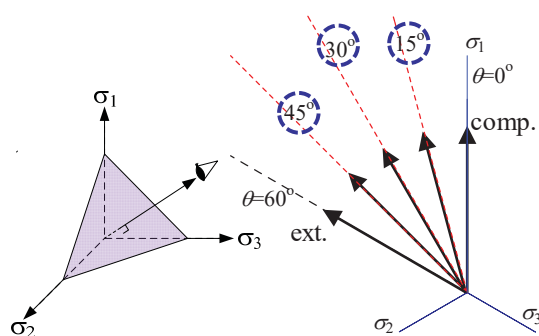
33

砂の平均主応力一定試験結果と解析

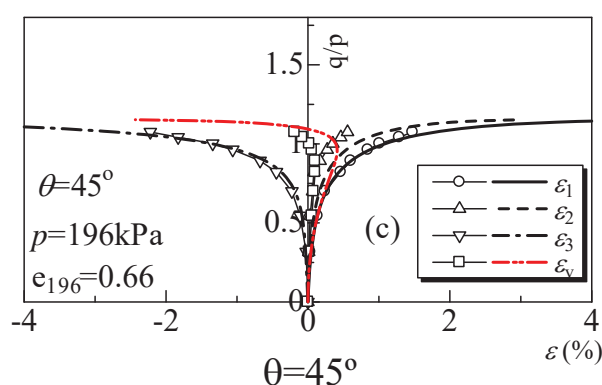
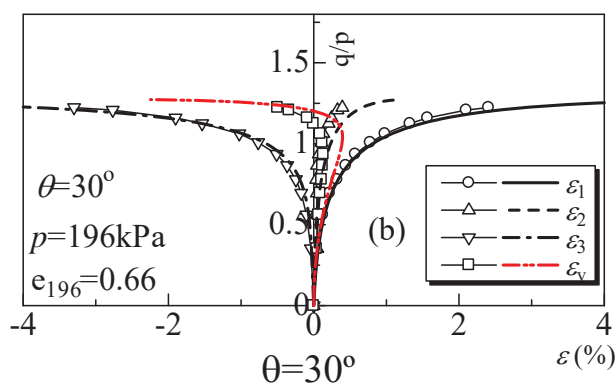
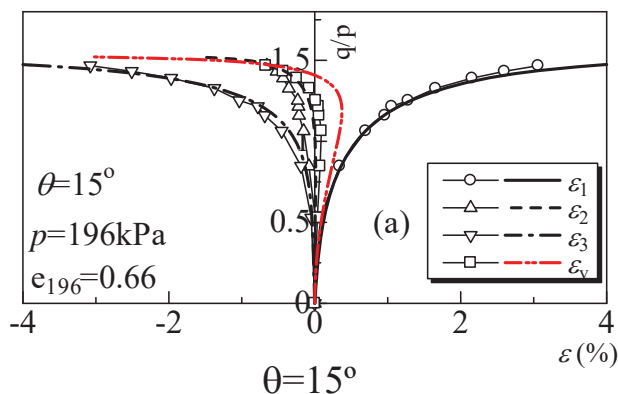


34

密な砂の3主応力制御試験



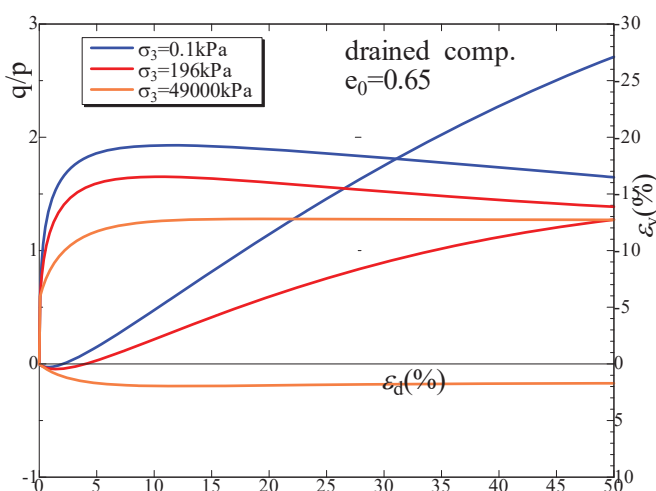
正八面体面上の応力経路



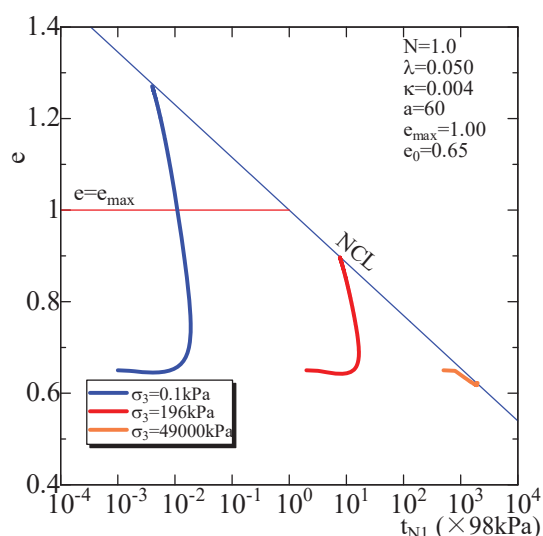
35

同じ間隙比で拘束応力が異なる砂のせん断試験の解析

最大間隙比を考慮しない時の砂の排水せん断の解析



応力比～せん断ひずみ～体積ひずみ関係



間隙比～ t_{N1} 関係

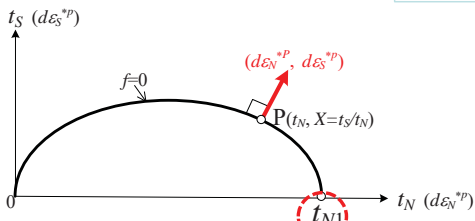
36

e_{\max} を考慮した解析

中井・高橋・Shahin (2023)

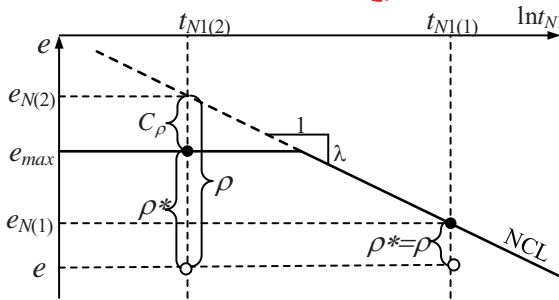
$$f = F - \left\{ H + \frac{\rho_0 - \rho}{\lambda - \kappa} \right\} = 0$$

$$\begin{cases} F = \ln \frac{t_{N1}}{t_{N0}} = \ln \frac{t_N}{t_{N0}} + \zeta(X), & \zeta(X) = \frac{1}{\beta} \left(\frac{X}{M^*} \right)^\beta \\ \text{(where } X = t_s/t_N \text{)} \\ H = \frac{(-\Delta e)^p}{\lambda - \kappa} = \frac{1 + e_0}{\lambda - \kappa} \varepsilon_v^p \end{cases}$$



$$d\varepsilon_{ij}^p = \langle \Lambda \rangle \frac{\partial F}{\partial t_{ij}}$$

$$\begin{cases} df = dF - dH + \frac{d\rho}{\lambda - \kappa} = 0 \\ d\rho = -(1 + e_0) \sqrt{3} \frac{G}{1 + k_a X} \cdot \frac{\Lambda}{t_N}, & G = \langle a \rho^* \rangle \\ \downarrow \\ \Lambda = \frac{dF}{\frac{1 + e_0}{\lambda - \kappa} \left(\frac{\partial F}{\partial t_{kk}} + \frac{G}{(1 + k_a X) t_N} \right)} \end{cases}$$



$e \sim \ln t_{N1}$ 関係で表した ρ の定義と e_{\max}

$$\begin{cases} \rho = \rho_0 - (\lambda - \kappa) \ln(t_{N1}/t_{N0}) + \varepsilon_v^p (1 + e_0) \\ C_\rho = \langle e_N - e_{\max} \rangle \end{cases}$$

$$\rho^* = \rho - C_\rho$$

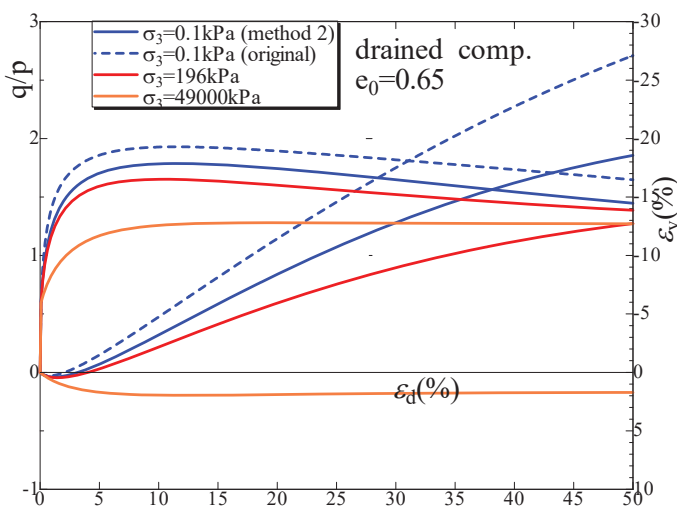
where, $e_N = N - \lambda \ln(t_{N1}/P_a)$

P_a : atmospheric pressure

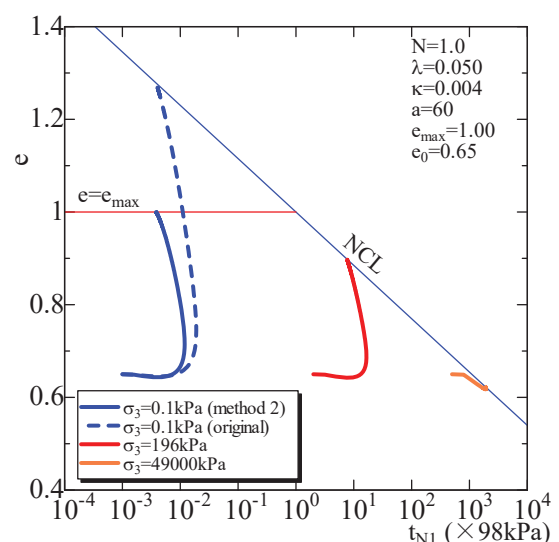
N : void ratio of NCL at $t_{N1} = P_a$

37

砂のせん断試験の解析結果



応力比～せん断ひずみ～体積ひずみ関係



間隙比～ t_{N1} 関係

38

まとめ

Subloading t_{ij} modelの提案から20年になる。その間モデルの基本構造は同じであるが、より実務で使いやすくするため改良を続けている。

ここでは、モデルのSubloadingの意味と t_{ij} の概念を出来るだけ分かりやすく説明するとともに、パラメータの意味や決め方について解説した。

Subloading について

- ・ 1次元の $e \sim \log \sigma$ 関係と密度の状態変数 ρ 使って過圧密土の挙動を説明した。
- ・ 状態変数にボンディング項 ω を加えた $\rho^* = \rho + \omega$ を使うことで自然堆積土の挙動を説明した。
- ・ その結果、ボンディング項のパラメータ(ω_0, b)を従来より決めやすくなった。

t_{ij} について

- ・ 多次元での t_{ij} の考え方の有用性とその物理的意味を説明した。
- ・ 1次元モデルのパラメータにせん断時の剛性を調整するパラメータ $k_a, (k_b)$ を追加すると、正規圧密土のモデルを過圧密土、自然堆積土の多次元モデルに拡張できる。
- ・ ρ^* の考え方を応用すると、砂質土の最大間隙比 e_{max} を考慮出来る。

なお、Subloading t_{ij} modelのパラメータは中間主応力、密度、拘束応力に依存しないことを強調しておく。

39

参考文献

- 1) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T. (2000a): Superloading yield surface concept for highly structured soil behavior, *Soils and Foundations*, **40**(2), 99-110.
- 2) Chowdhury, E. Q. and Nakai, T. (1998): Consequence of the t_{ij} -concept and a new modeling approach, *Computers and Geotechnics*, **23**(3), 131-164.
- 3) Hashiguchi, K. and Ueno, M. (1977): Elasto-plastic constitutive laws for granular materials, constitutive equations for soils, Proc. of Specialty Session 9, 9th International Conf. on Soil Mech. and Foundation Eng., Tokyo, 73-82.
- 4) Hashiguchi, K. (1980): Constitutive equation of elastoplastic materials with elasto-plastic transition, *Jour. of Appli. Mech., ASME*, **102**(2), 266-272.
- 5) Maeda, k., Hirabayashi, H. and Ohmura, A. (2006): Micromechanical influence of grain properties on deformation – failure behaviors of granular media by DEM. *Proc. of Geomechanics and Geotechnics of Particulate Media*, Yamaguchi, 173-179
- 6) Matsuoka, H. and Nakai, T. (1974): Stress-deformation and strength characteristics of soil under three different principal stresses, *Proc. of JSCE*, **232**, 59-70.
- 7) Murayama, S. (1964): A theoretical consideration on a behavior of sand, *Proc. of IUTAM Symposium on Rheology and Soil Mechanics*, Grenoble, 146-159.
- 8) Nakai, T. and Mihara, Y. (1984): A new mechanical quantity for soils and its application to elastoplastic constitutive models, *Soils and Foundations*, **24**(2), 82-94.
- 9) Nakai, T. and Hinokio, T. (2004): A simple elastoplastic model for normally and over consolidated soils with unified material parameters, *Soils and Foundations*, **44**(2), 53-70.
- 10) 中井照夫 (2011): 地盤材料の構成モデル最前線 – 2.弾塑性論の解説とカムクレイモデルの適用性, 地盤工学会誌, 講座, **59**(4), 47-55.
- 11) 中井照夫 (2011): 地盤材料の構成モデル最前線 – 7.3主応力条件下での材料特性のモデル化, 地盤工学会誌, 講座, **59**(9), 66-75.
- 12) Nakai T., Shahin H.M., Kikumoto M., Kyokawa H., Zhang F. and Farias, M.M. (2011a): A simple and unified one-dimensional model to describe various characteristics of soils, *Soils and Foundations*, **51**(6), 1129-1148.
- 13) Nakai T., Shahin H.M., Kikumoto M., Kyokawa H., Zhang F. and Farias, M.M. (2011b): A simple and unified three-dimensional model to describe various characteristics of soils, *Soils and Foundations*, **51**(6), 1149-1168.
- 14) Nakai, T. (2012): *Constitutive Modeling of Geomaterials: Principles and Applications*, CRC Press
- 15) 中井照夫(2018): 巨視的および微視的観点から見た t_{ij} の概念の意義, 地盤工学会誌, **66**(7), 18-21
- 16) 中井照夫・高橋寛臣・H.M.Shahin(2023): e_{max} を考慮するためのSubloading t_{ij} modelの拡張, 地盤工学研究発表会, 福岡
- 17) Oda M. (1972): The mechanism of fabric changes during compressional deformation of sand, *Soils and Foundations*, **12**(2), 1-18.
- 18) Oda M. (1993): Inherent and induced anisotropy in plasticity theory of granular soils, *Mechanics of Materials*, **16**, (1-2), 35-45.
- 19) Roscoe K.H., Burland J.B. (1968): On the generalized stress-strain behavior of wet clay, In *Engineering Plasticity*, Cambridge University Press, 535-609.
- 20) Satake M. (1982): Fabric tensor in granular materials. *Proc. of IUTAM Conference on Deformation and Failure of Granular Materials*, Delft,
- 21) 佐武正雄 (1984): 地盤と土の異方性, *土と基礎*, **32**(11), 5-12.
- 22) Schofield, A. N. and Wroth, C. P. (1968): *Critical State Soil Mechanics*, McGraw- Hill.

40