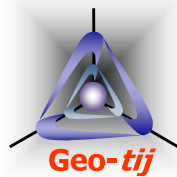


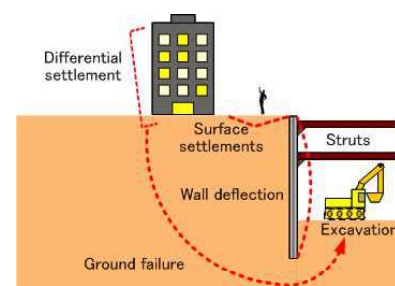
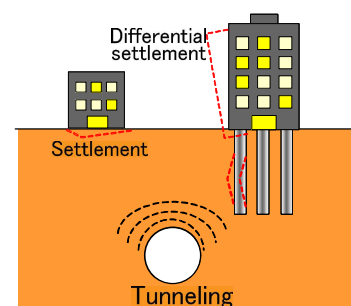
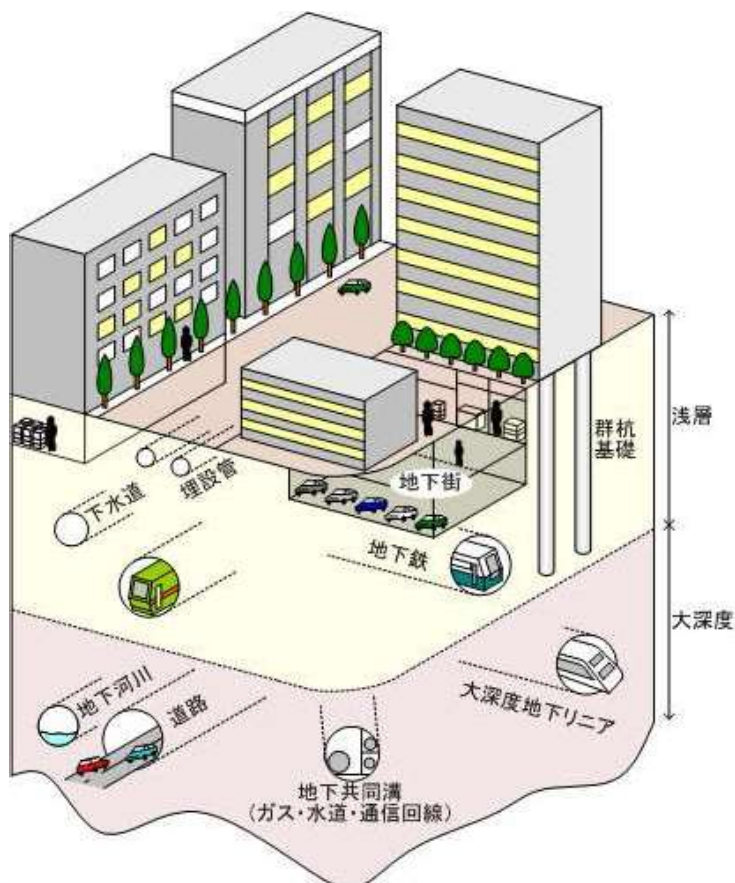
# PlaxisにおけるSubloading $t_{ij}$ modelの意義と将来

tij地盤解析研究会・(株)地域地盤環境研究所・中部大学  
中井 照夫



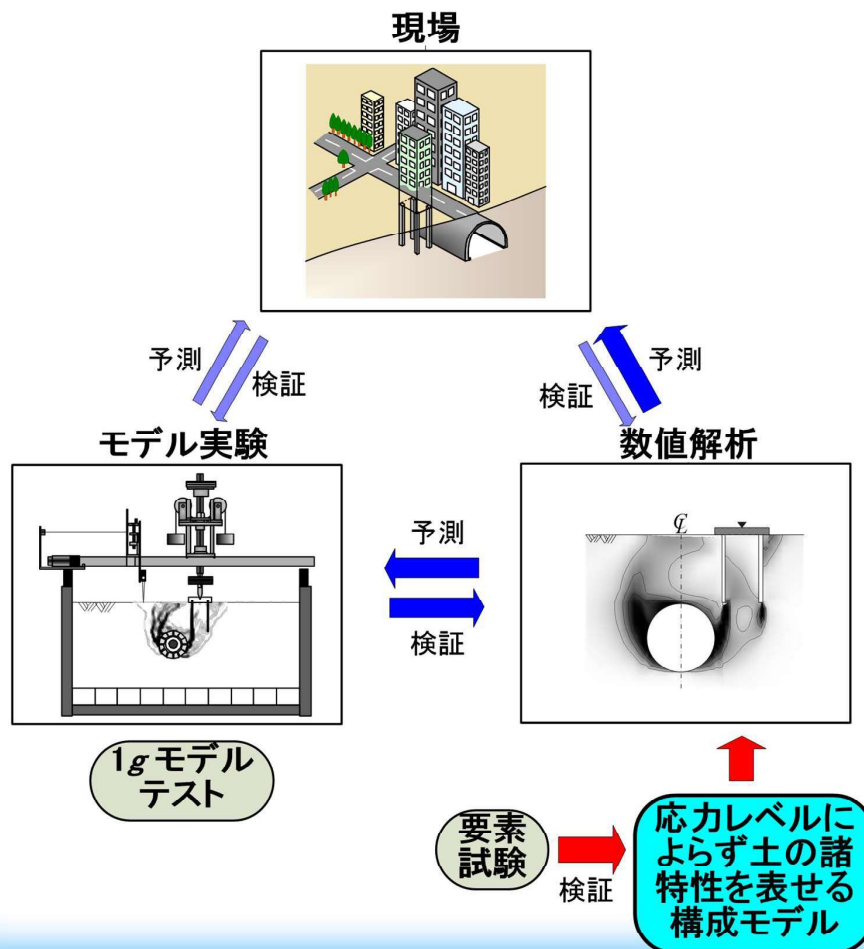
1

## 例として都市における地盤工学



2

# 地盤工学における地盤の変形・破壊予測



3

## 地盤力学における3つのモデリング

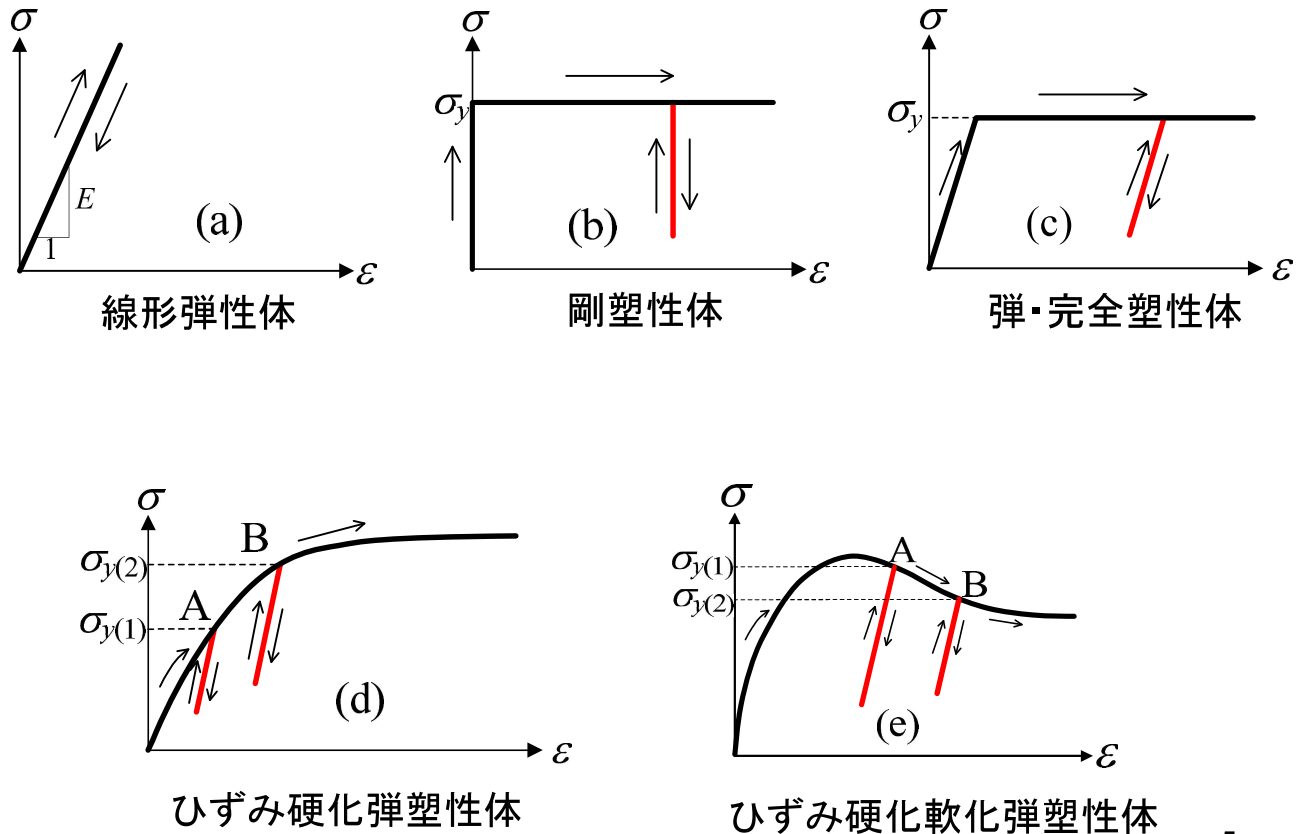
■ Constitutive Modeling  
(構成モデル＋要素試験)

■ Numerical Modeling  
(数値解析)

■ Physical Modeling  
(モデル実験)

4

## 典型的な固体の構成モデル(1D)

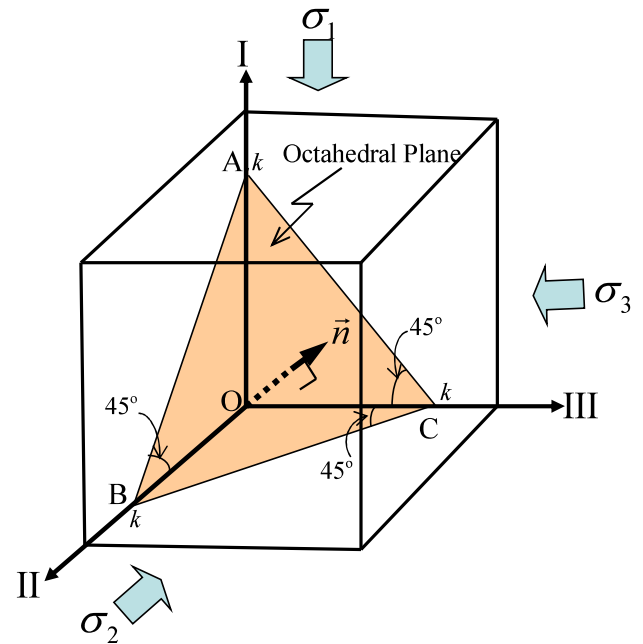
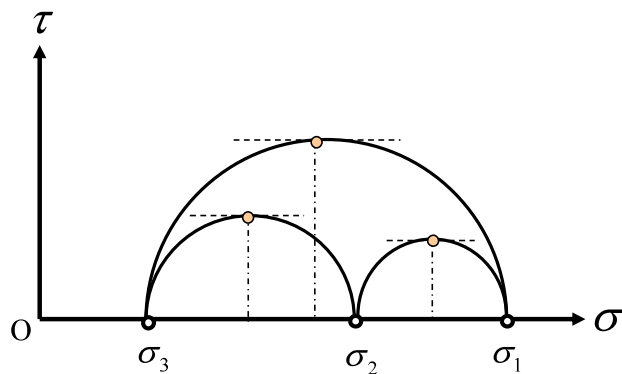


5

## Plaxisを含め既往の地盤解析プログラムで使われる弾塑性モデル

- Drucker-Prager model & Mohr-Coulomb model
- Cam clay model

### 3次元応力状態と正八面体面(1)

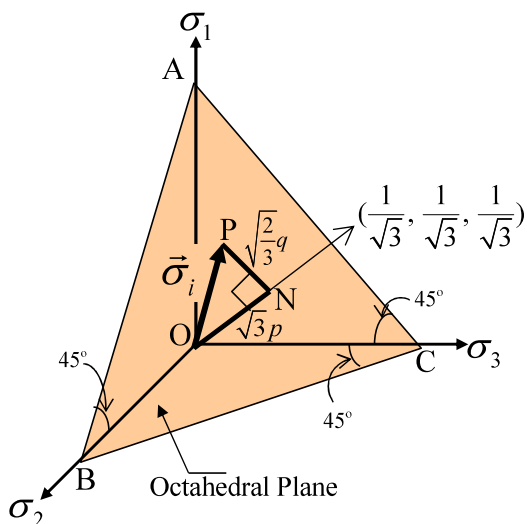


正八面体面の法線方向の単位ベクトル

$$\frac{\vec{n}}{|\vec{n}|} = \left( \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$$

7

### 3次元応力状態と正八面体面(2)

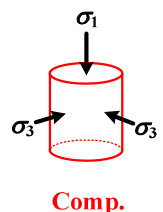


応力パラメータ

$$\begin{cases} p = \sqrt{\frac{1}{3}} \overline{ON} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \\ q = \sqrt{\frac{3}{2}} \overline{NP} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \end{cases}$$

三軸圧縮条件 ( $\sigma_1 \geq \sigma_2 = \sigma_3$ ) では

$$p = \frac{\sigma_1 + 2\sigma_3}{3}, \quad q = \sigma_1 - \sigma_3$$



ひずみも同様に正八面体面に基づくパラメータであらわすと

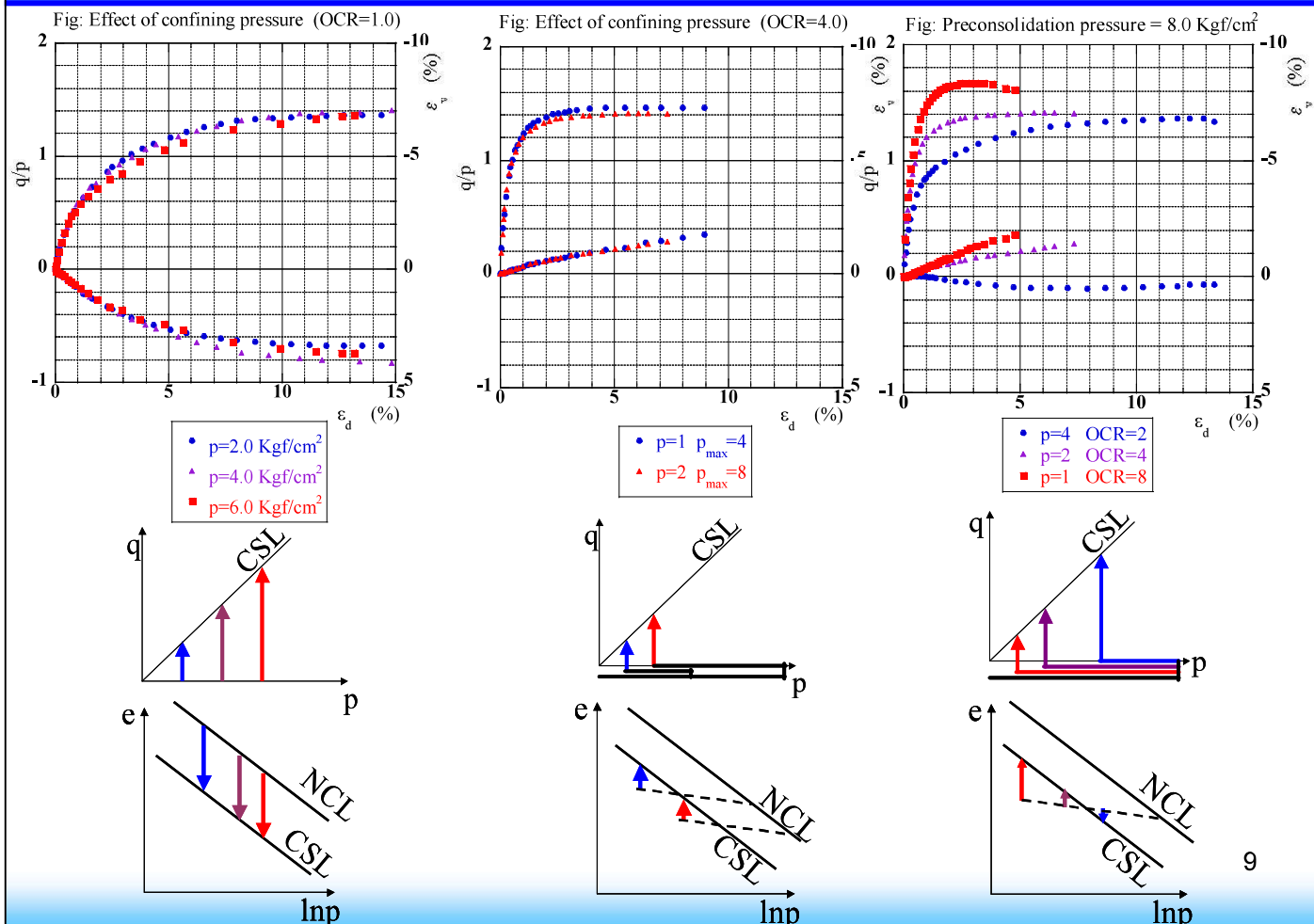
$$\begin{cases} \varepsilon_v = d\varepsilon_1 + d\varepsilon_2 + d\varepsilon_3 \\ \varepsilon_d = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(d\varepsilon_1 - d\varepsilon_2)^2 + (d\varepsilon_2 - d\varepsilon_3)^2 + (d\varepsilon_3 - d\varepsilon_1)^2} \end{cases}$$

三軸圧縮条件では

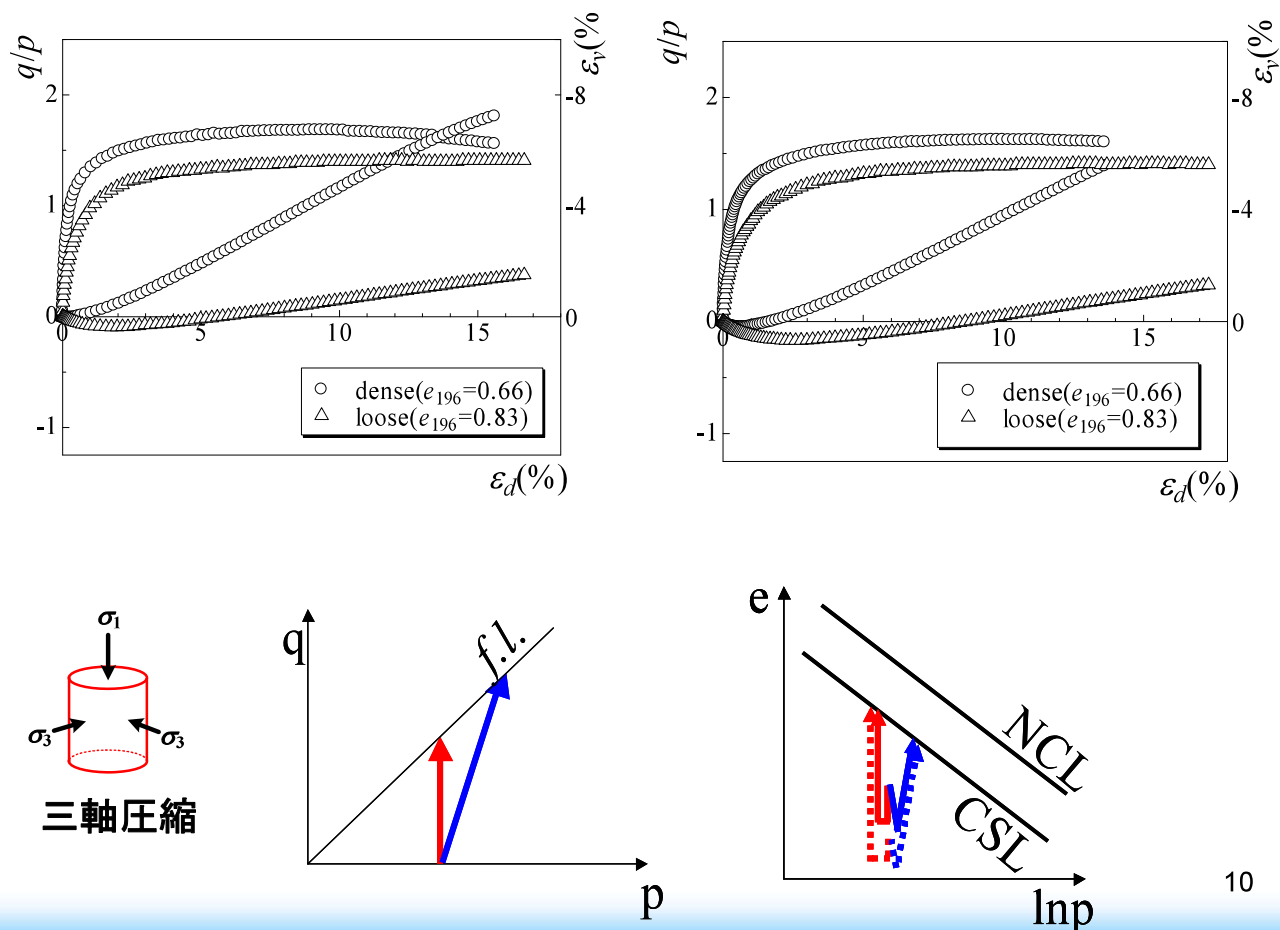
$$\varepsilon_v = \varepsilon_1 + 2\varepsilon_3, \quad \varepsilon_d = \frac{2}{3}(\varepsilon_1 - \varepsilon_3)$$

8

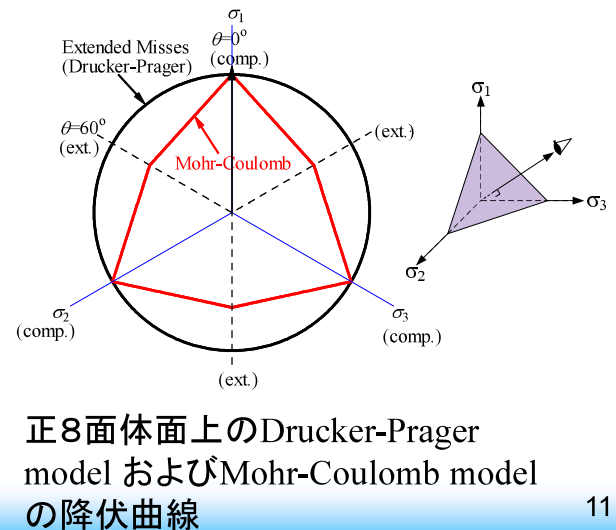
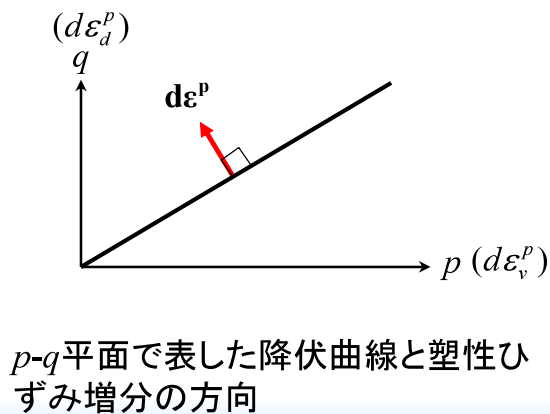
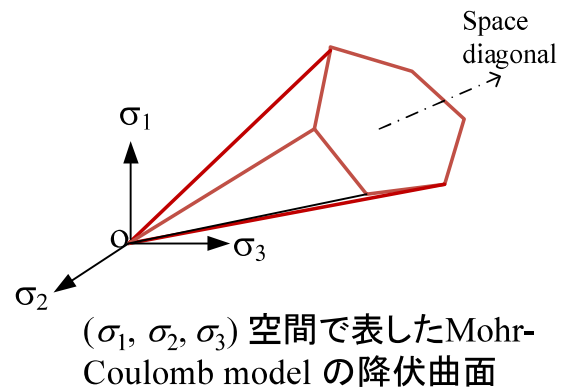
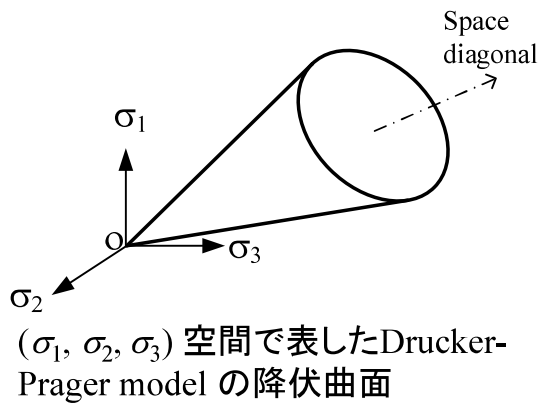
# 粘土のせん断特性(実測値)



# 砂のせん断特性(実測値)



## Drucker-Prager & Mohr-Coulomb model (1/2)



11

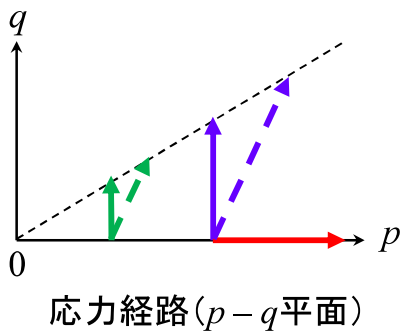
## Drucker -Prager & Mohr-Coulomb model (2/2)

・Drucker-Prager modelの降伏関数

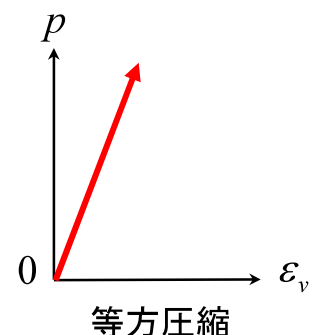
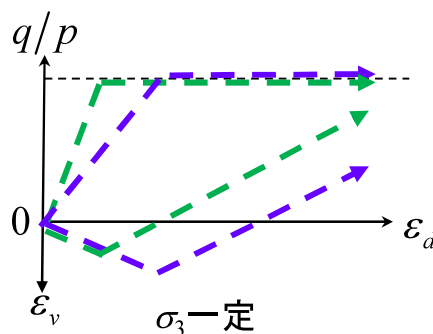
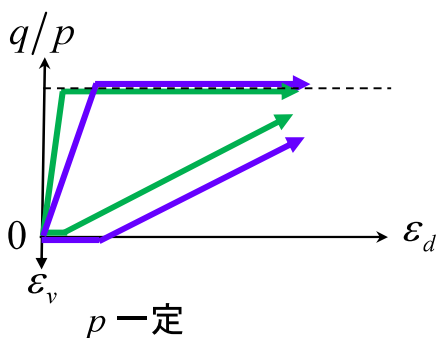
$$f = F(p, q) - H = q/p - c = 0$$

・Mohr-Coulomb modelの降伏関数

$$f = F(\sigma_1, \sigma_3) - H = \sigma_1/\sigma_3 - c = 0$$



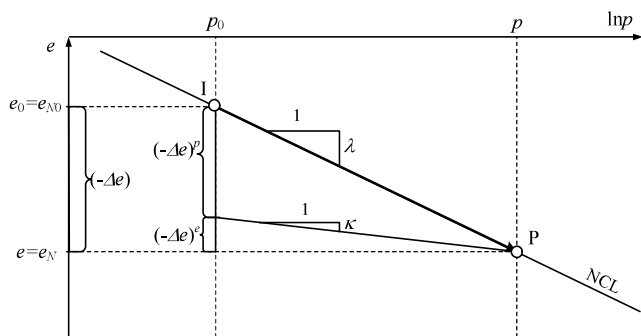
$$\begin{cases} d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p & \text{if } f = q/p - c = 0 \text{ \& } df = 0 \\ d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e & \text{otherwise} \end{cases}$$



モデルによる応力・ひずみ応答

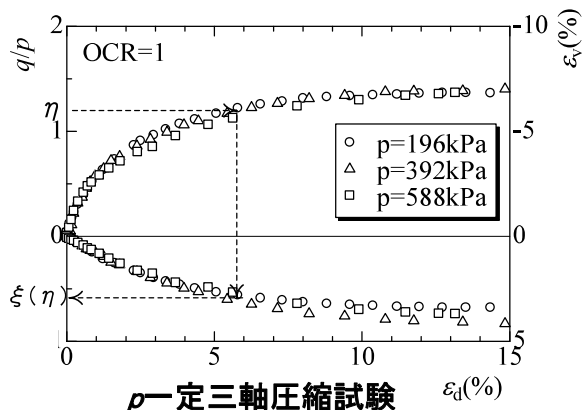
12

# Cam clay model(着目する正規圧密土の実験事実)



応力比一定時(等方圧縮時)の $e-\ln p$ 関係

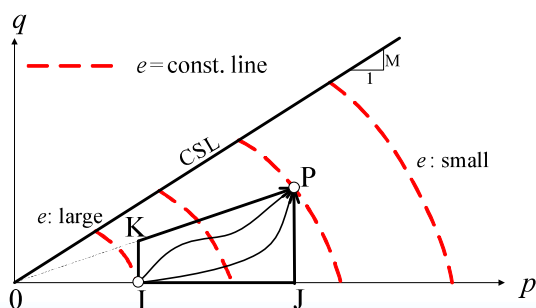
$$(-\Delta e)^p = (-\Delta e) - (-\Delta e)^e = (\lambda - \kappa) \ln \frac{p}{p_0}$$



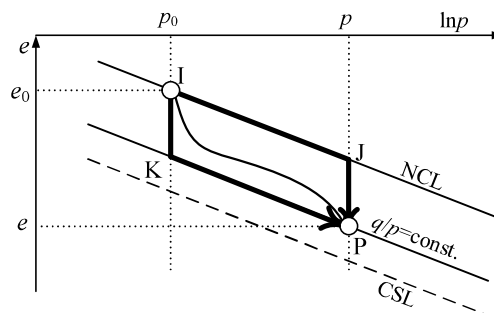
$p$ 一定三軸圧縮試験

$$(-\Delta e)^p = (-\Delta e) = (1 + e_0) \varepsilon_v = (1 + e_0) \xi(\eta)$$

ここに、 $\eta = q/p$ で $\xi(\eta)$ は $\xi(0) = 0$ となる増加関数



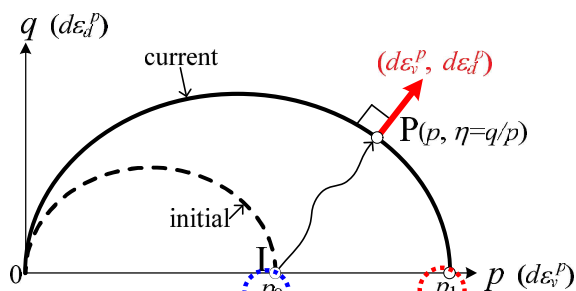
等間隙比線(Henkel, 1960)



応力比一定と平均応力一定を組み合わせた経路下での間隙比( $e$ ) $\sim \ln p$ 関係

13

## Cam clay model



降伏曲面と塑性ひずみ増分方向

$$(-\Delta e)^p = (-\Delta e)^p \Big|_{\eta=\text{const.}} + (-\Delta e)^e \Big|_{p=\text{const.}}$$

$$= (\lambda - \kappa) \ln \frac{p}{p_0} + (1 + e_0) \xi(\eta)$$

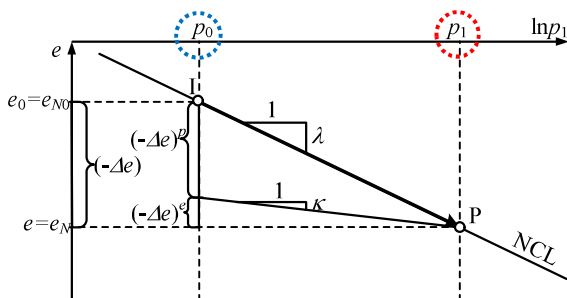
$$= (\lambda - \kappa) \left\{ \ln \frac{p}{p_0} + \zeta(\eta) \right\}$$

$$= (\lambda - \kappa) \ln \frac{p_1}{p_0} \quad \left( \text{where } \zeta(\eta) = \frac{1 + e_0}{\lambda - \kappa} \xi(\eta) \right)$$

$$p_1 = p \cdot \exp \{ \zeta(\eta) \}$$

●降伏関数(塑性ポテンシャル)

$$f = F(p, \eta = q/p) - H((-\Delta e)^p) = 0$$



間隙比( $e$ ) $\sim \ln p_1$ 関係

$$F = \ln \frac{p_1}{p_0} = \left\{ \ln \frac{p}{p_0} + \zeta(\eta) \right\}$$

$$H = \frac{(-\Delta e)^p}{\lambda - \kappa} = \frac{1 + e_0}{\lambda - \kappa} \varepsilon_v^p$$

( $\zeta(\eta)$ :  $\zeta(0) = 0$ を満たす単調増加関数)

●流れ則

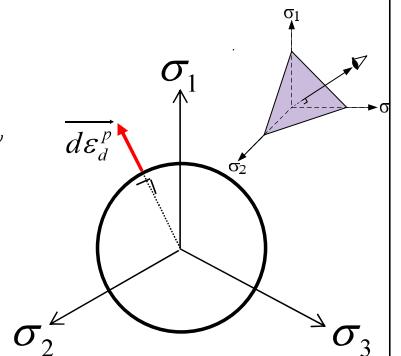
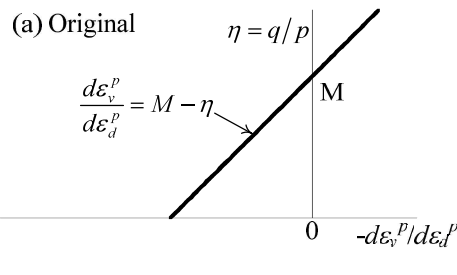
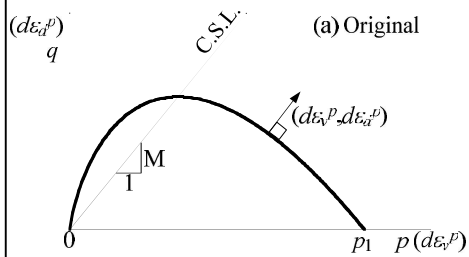
$$d\varepsilon_{ij}^p = \Lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}$$

(降伏曲面 $F$ に直行することを意味する)

14

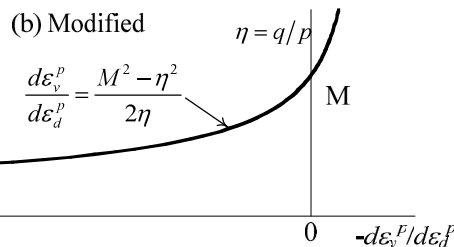
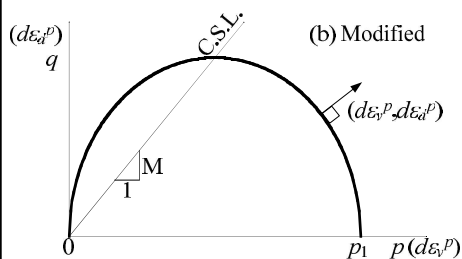
# original Cam clay modelとmodified Cam clay model

$$\zeta(\eta) = \frac{1}{M} \eta \quad (\text{original})$$



Octahedral plane上の  
塑性せん断ひずみ増  
分方向

$$\zeta(\eta) = \ln \frac{M^2 + \eta^2}{M^2} \quad (\text{modified})$$



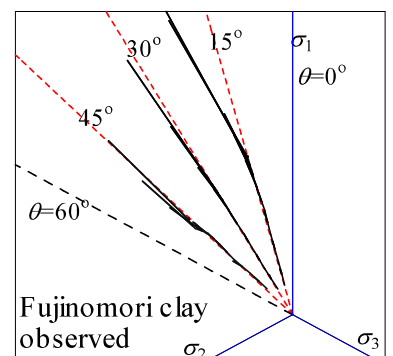
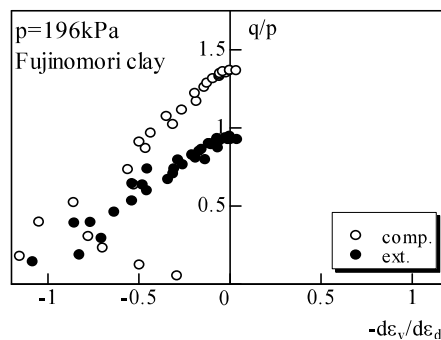
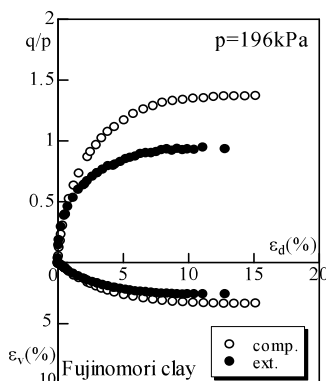
p - q 面で表した Cam clay  
modelの降伏曲面

Cam clay modelの応力比-塑  
性ひずみ増分関係式  
(ストレス-ダイレイタンス式)

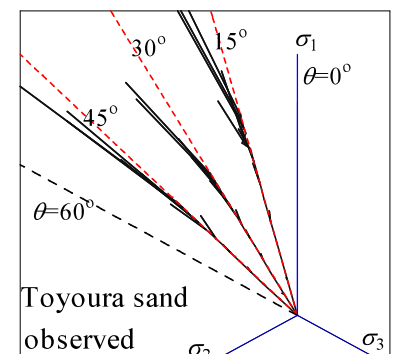
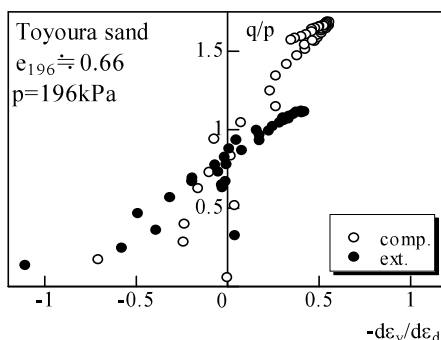
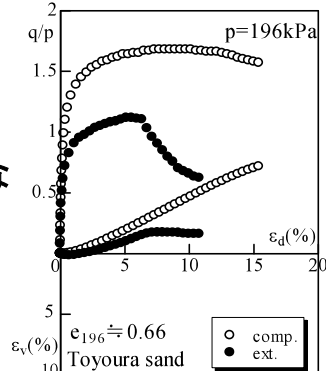
15

## 既往の応力およびひずみ増分パラメーターによる実測値の整理

正規  
圧密  
粘土



密な  
砂



三軸圧縮(comp.)およ  
び伸張(ext.)試験の応  
力-ひずみ関係

三軸圧縮(comp.)およ  
び伸張(ext.)試験の応  
力比  
-ひずみ増分関係

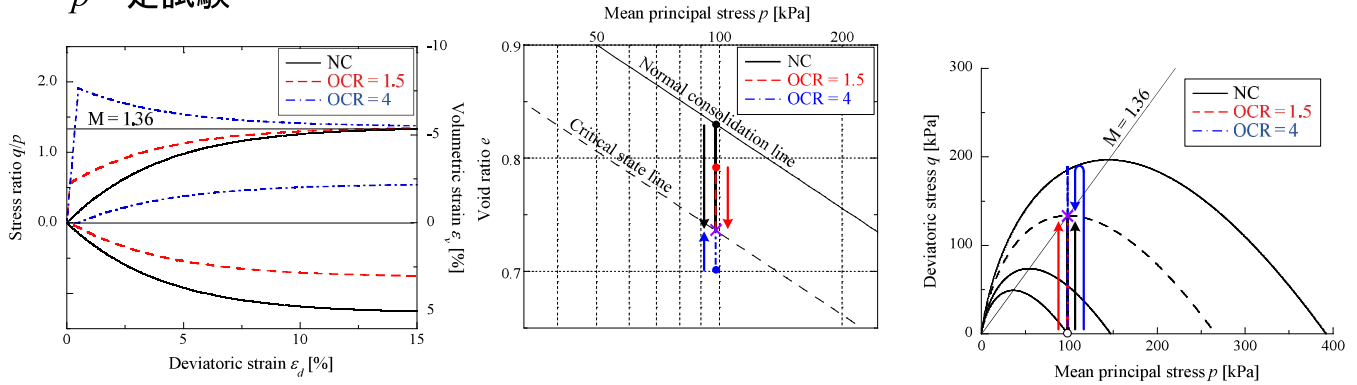
3主応力制御試験の  
Octahedral plane 上のせん  
断ひずみ増分方向

16

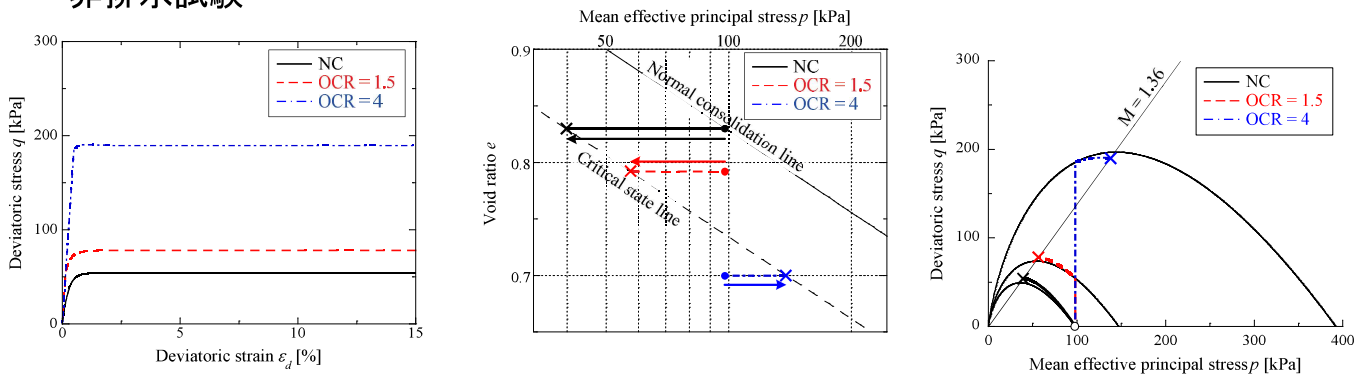


# Original Cam clay model によるシミュレーション

## • $p$ 一定試験



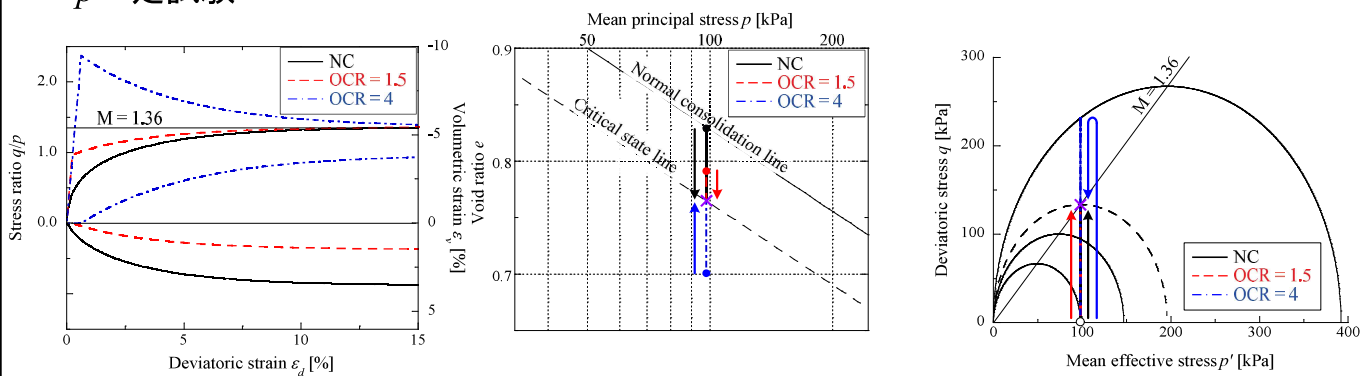
## • 非排水試験



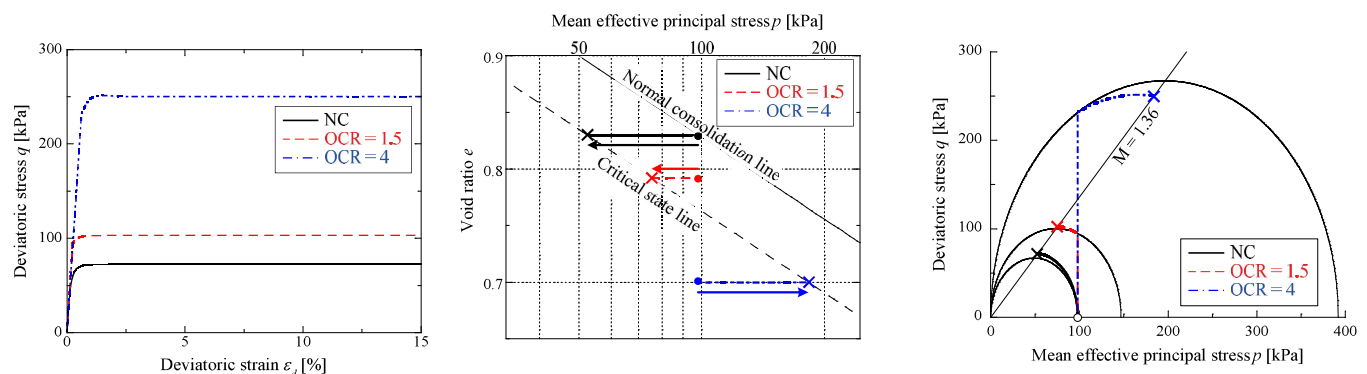
17

# Modified Cam clay model によるシミュレーション

## • $p$ 一定試験



## • 非排水試験

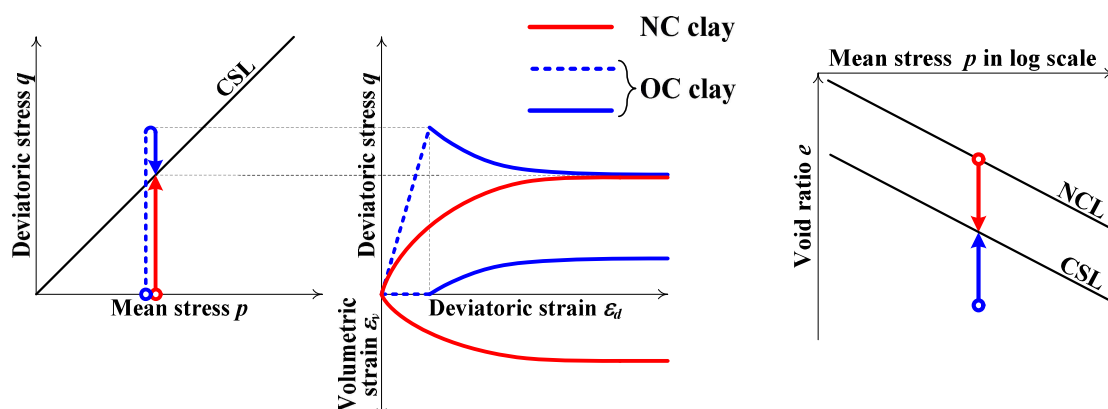


18

## Cam clay modelの特徴

Cam clay model (e.g., Schofield and Wroth, 1968) は実際の地盤の変形解析に曲がりなりにも適用できた最初の弾塑性モデルといえる。Cam clay model は特に次の点で地盤材料の特徴を記述できる。

- せん断と圧密の両挙動を同じ考え方で説明。
- 限界状態線の存在 (せん断するとはじめは違っていても最後は同じ)
- 負のダイレイタンス (体積圧縮) を伴うひずみ硬化挙動と正のダイレイタンス (体積膨張) を伴うひずみ軟化挙動



Cam clay modelによるせん断時の土の応力～ひずみ挙動の応答

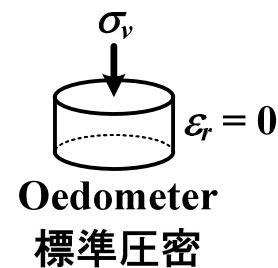
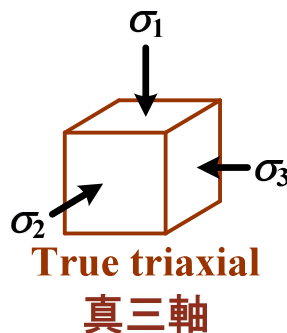
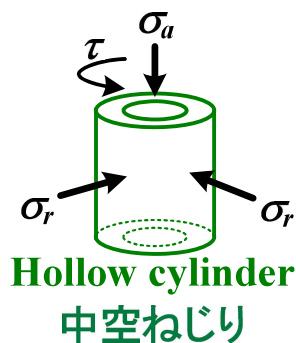
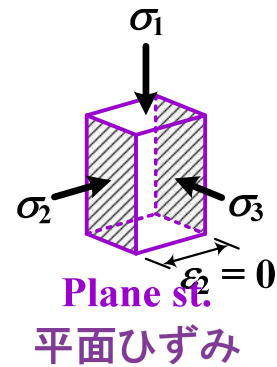
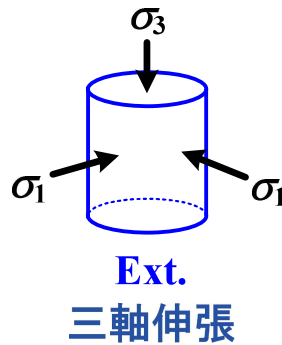
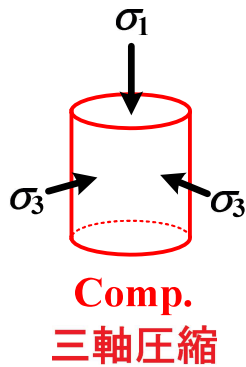
19

## Cam clay model の特徴(続き)

Cam clay model はシンプル (材料パラメーターの数が少なく、材料パラメーターの意味が明確)。しかし、次に示す地盤材料の典型的な力学特性を考慮出来ない (ほぼ半世紀前のモデルだからこれは当然)。

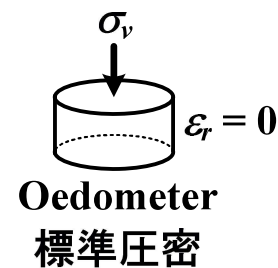
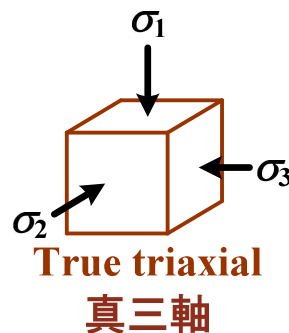
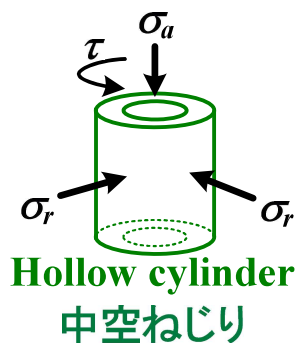
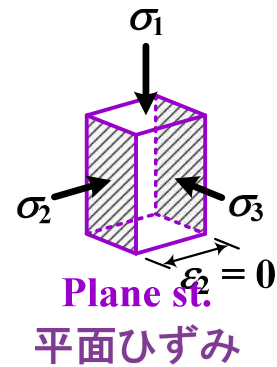
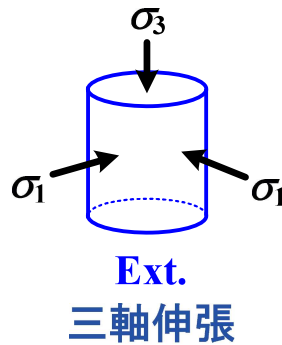
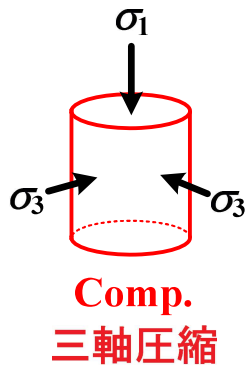
- (1) 中間主応力が変形・強度特性におよぼす影響
- (2) ひずみ増分方向におよぼす応力増分方向の影響
- (3) ひずみ硬化中の正のダイレイタンス
- (4) 応力誘導異方性と繰返し載荷時の挙動
- (5) 堆積過程で生じる固有異方性
- (6) 変形・強度特性におよぼす密度 (間隙比) や拘束応力の影響
- (7) 自然堆積粘土等に見られる構造の発達した土の挙動
- (8) 時間効果特性すなわちレオロジー特性
- (9) 温度効果特性
- (10) 不飽和土の挙動

これらの特徴を適切に説明できるモデルは実際の地盤応力・変形解析に信頼性を持って適用可能となる。なお次に述べる $t_{ij}$ のconceptは**(1)中間主応力の影響**をその物理的意味を含め合理的に説明するものである。



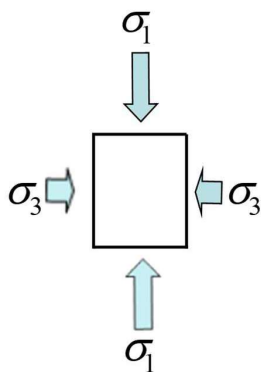
$t_{ij}$ の概念による中間主応力の  
影響の考慮ならびに引張り応  
力の発生しないモデル化

## 要素試験で経験する3次元応力状態



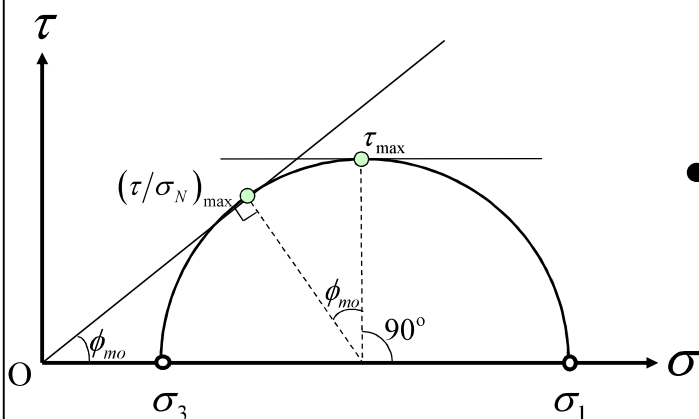
23

## 2次元状態での応力パラメータ



- $\tau_{\max}$  面上の応力比 :

$$\frac{\tau_{45^\circ}}{\sigma_{45^\circ}} = \frac{t}{s} = \sin \phi_{mo} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3}$$



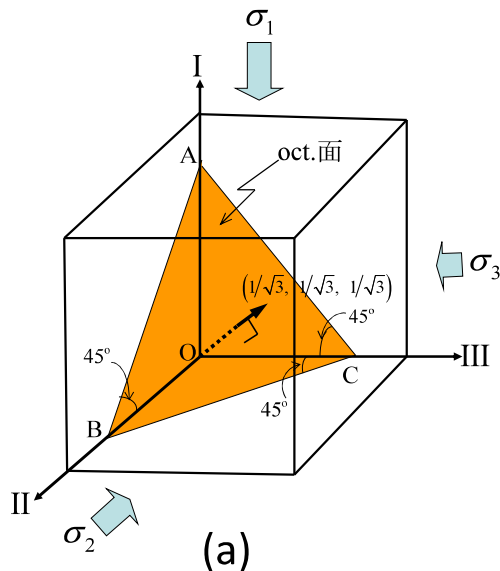
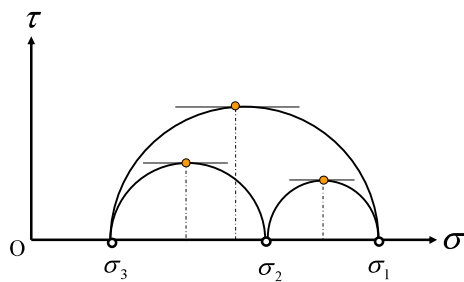
- $(\tau / \sigma_N)_{\max}$  面上の応力比 :

$$\frac{\tau}{\sigma_N} = \tan \phi_{mo} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2\sqrt{\sigma_1 \sigma_3}}$$

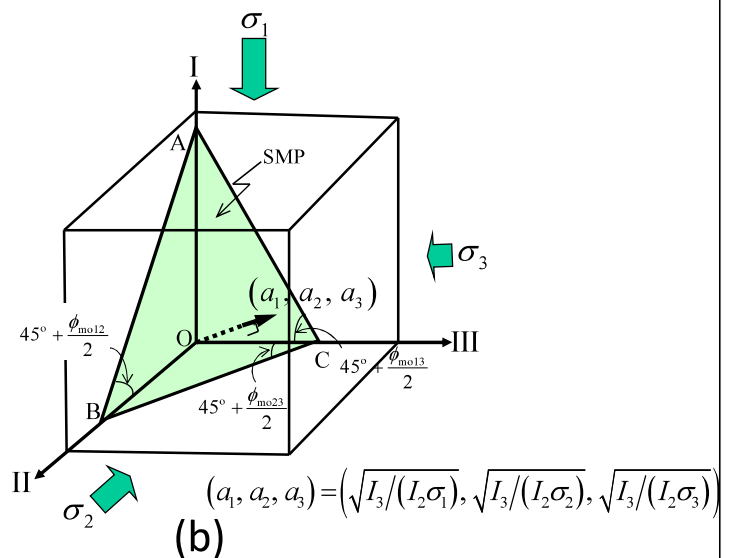
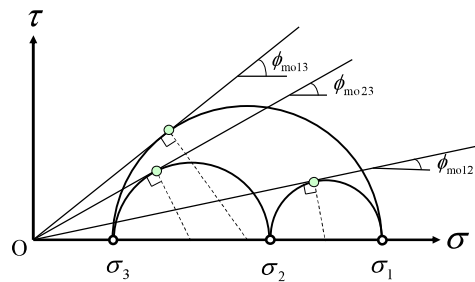
Murayama (1964)

24

# 正八面体面と空間活動面



正八面体面(oct.面)



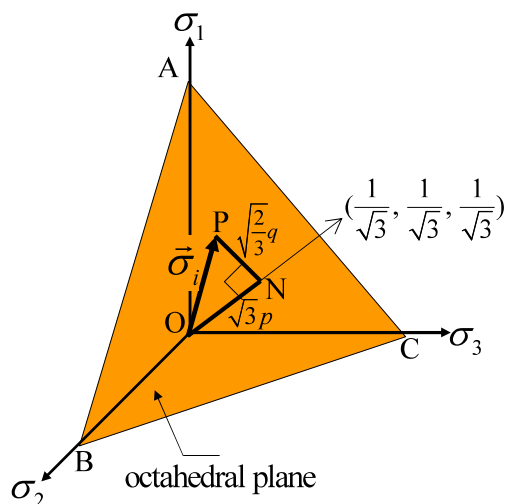
空間活動面(SMP)

Matsuoka & Nakai (1974)

25

## 変形・強度特性におよぼす間隙比や拘束応力の影響

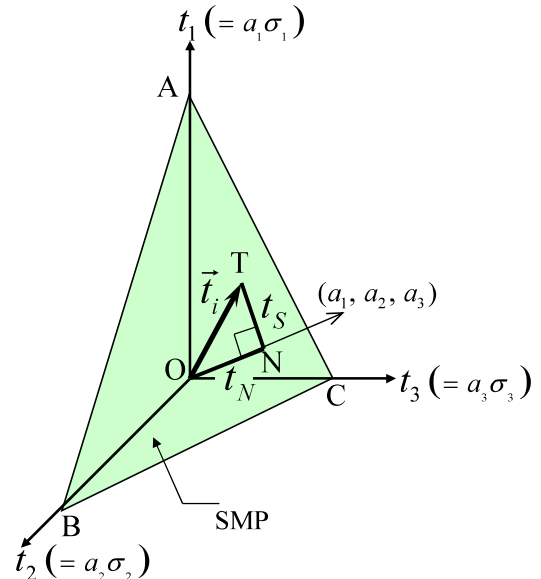
既往のモデル(Cam clay等)の  
応力パラメータ



$$\begin{cases} p = \sqrt{\frac{1}{3}} ON = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \\ q = \sqrt{\frac{3}{2}} NP = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \end{cases}$$

$t_{ij}$  概念に基づいたモデルの  
応力パラメータ

$$t_1 = a_1 \sigma_1, t_2 = a_2 \sigma_2, t_3 = a_3 \sigma_3$$

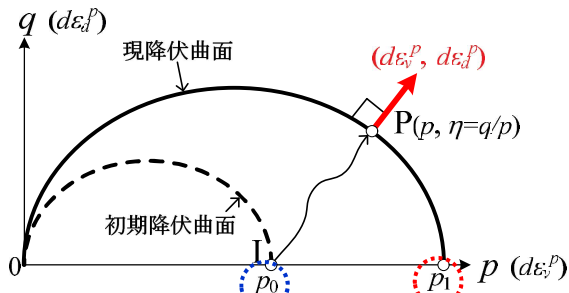


$$\begin{cases} t_N = ON = t_1 a_1 + t_2 a_2 + t_3 a_3 \\ t_S = NT = \sqrt{(t_1 a_2 - t_2 a_1)^2 + (t_2 a_3 - t_3 a_2)^2 + (t_3 a_1 - t_1 a_3)^2} \end{cases}$$

Nakai & Mihara (1984) 26

# 正規圧密土の多次元モデル

Cam clay model



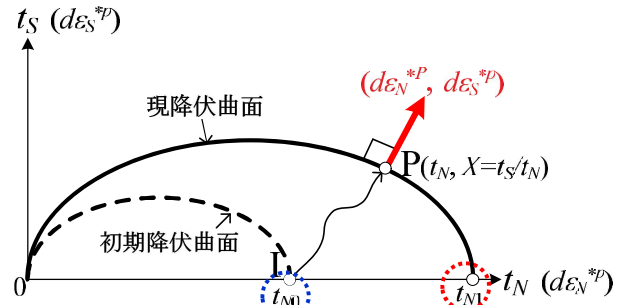
( $p, q$ )面上で表したCam clay型モデルの降伏曲面と塑性ひずみ増分方向

$$f = F(p, \eta = q/p) - H = 0$$

$$\begin{cases} F = \ln \frac{p_i}{p_0} = \ln \frac{p}{p_0} + \zeta(\eta) \\ H = \frac{(-\Delta e)^p}{\lambda - \kappa} \end{cases}$$

$$d\epsilon_{ij}^p = \langle \Lambda \rangle \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} = \left\langle \frac{dF}{h^p} \right\rangle \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}$$

$t_{ij}$  clay model



( $t_N, t_S$ )面上で表した $t_{ij}$  modelの降伏曲面と塑性ひずみ増分方向

$$f = F(t_N, X = t_S / t_N) - H = 0$$

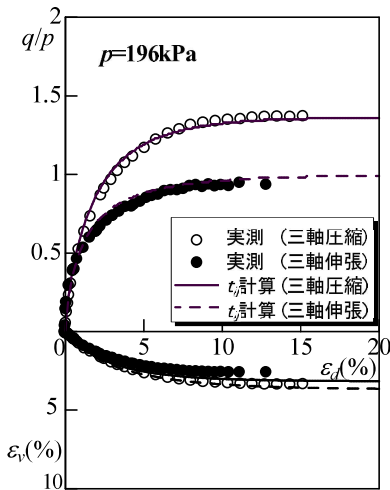
$$\begin{cases} F = \ln \frac{t_{N1}}{t_{N0}} = \ln \frac{t_N}{t_{N0}} + \zeta(X) \\ H = \frac{(-\Delta e)^p}{\lambda - \kappa} \end{cases}$$

$$d\epsilon_{ij}^p = \langle \Lambda \rangle \frac{\partial F}{\partial t_{ij}} = \left\langle \frac{dF}{h^p} \right\rangle \frac{\partial F}{\partial t_{ij}}$$

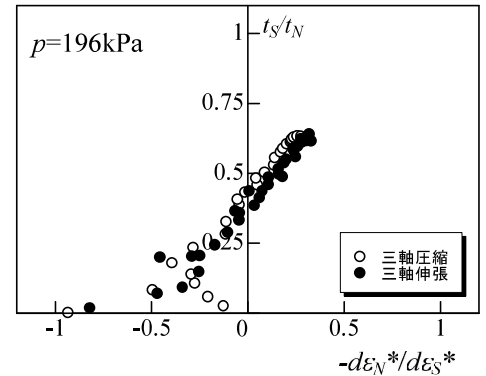
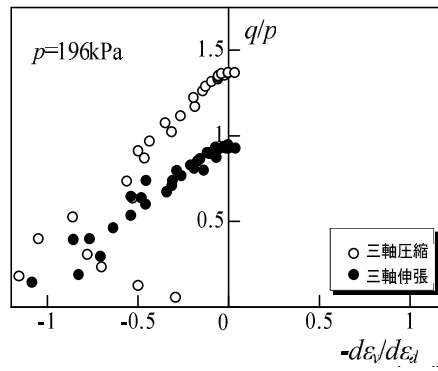
27

ここに、 $h^p$ (塑性係数)は塑性ひずみの大きさを決めるもので、後続負荷条件( $df=0$ )から決められる。

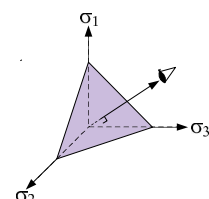
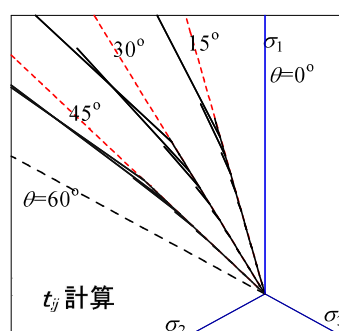
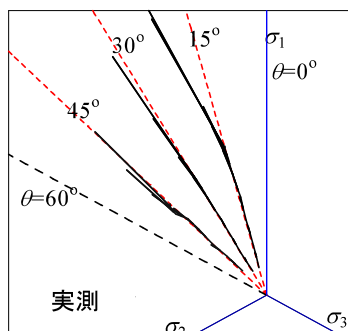
## 正規圧密粘土の実測値と解析結果



正規圧密粘土の応力・ひずみ関係の実測値と解析結果



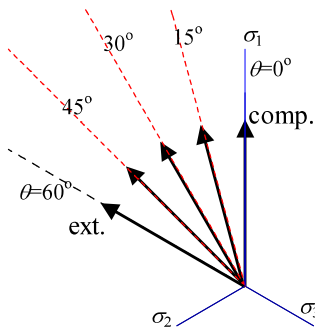
正規圧密粘土の応力比～ひずみ増分比関係



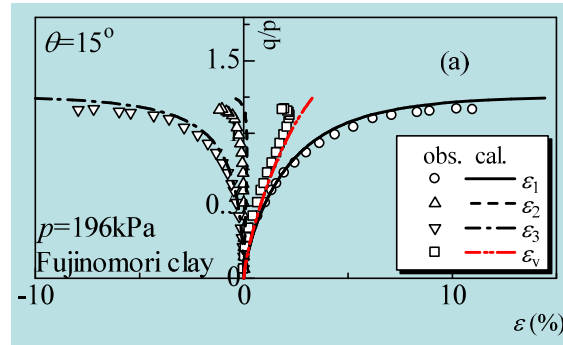
三主応力制御試験の正八面体面上のひずみ増分方向の実測値と解析結果

28

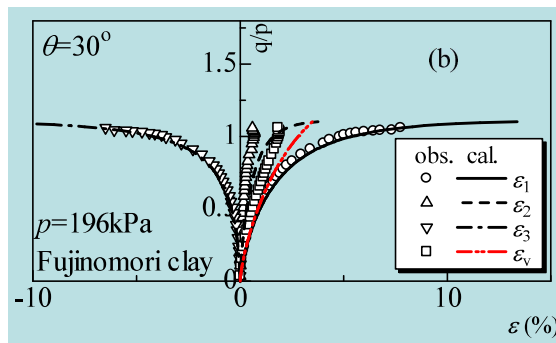
# 正規圧密粘土の3主応力制御試験結果と $t_{ij}$ modelによる解析結果



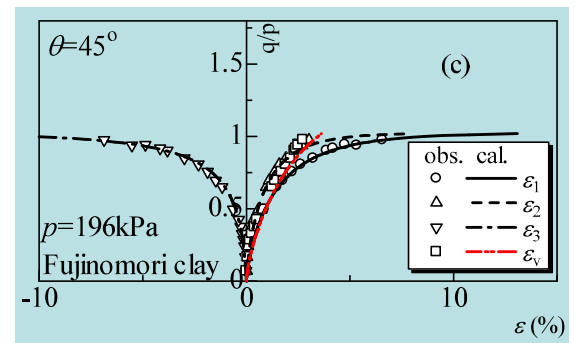
正8面体面状の応力経路



$\theta=15^\circ$



$\theta=30^\circ$



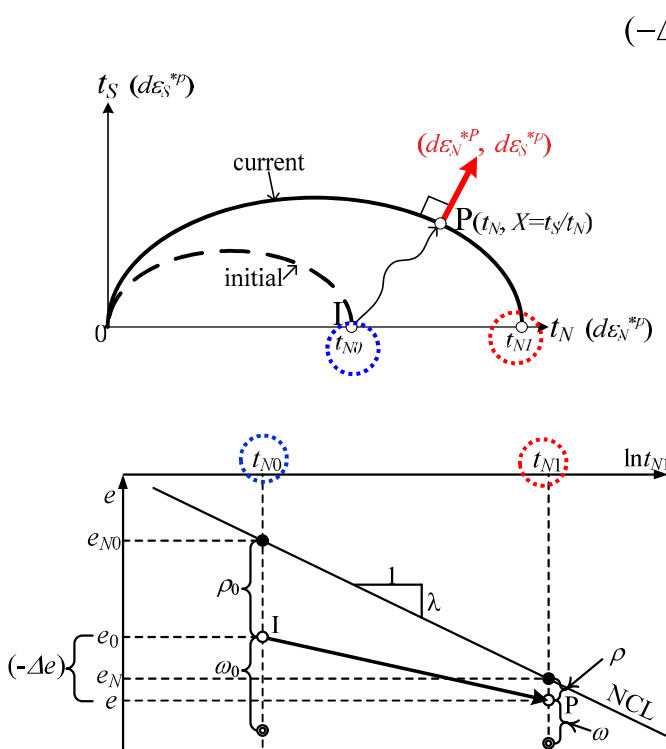
$\theta=45^\circ$

29

## 過圧密土・自然堆積土の多次元モデル (Subloading $t_{ij}$ model) (1/2)

Nakai & Hinokio(2004), Nakai et.al.(2011), Nakai(2012)

下負荷面の考え方を拡張し、密度( $\rho$ )およびボンディング( $\omega$ )を状態変数として導入することにより、過圧密土および自然堆積土の挙動を正規圧密土の延長としてモデル化する



$$(-\Delta e)^p = (e_0 - e) - (-\Delta e)^e = (-\Delta e) - (-\Delta e)^e$$

$$= \lambda \ln \frac{t_{N1}}{t_{N0}} - (\rho_0 - \rho) - \kappa \ln \frac{t_{N1}}{t_{N0}}$$

$$\square f = F - \left\{ H + \frac{\rho_0 - \rho}{\lambda - \kappa} \right\} = 0$$

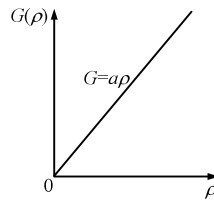
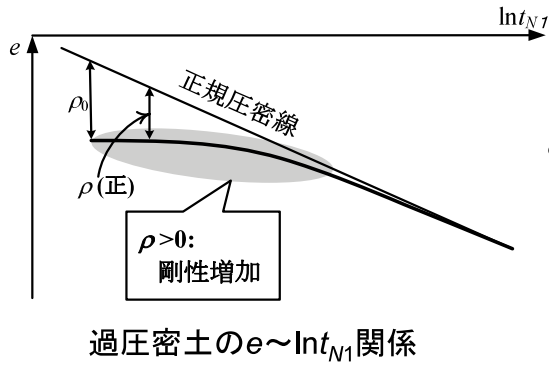
$$\begin{cases} F = \ln \frac{t_{N1}}{t_{N0}} = \ln \frac{t_N}{t_{N0}} + \zeta(X) \\ H = \frac{(-\Delta e)^p}{\lambda - \kappa} \end{cases}$$

$$\square d\epsilon_{ij}^p = \langle \Lambda \rangle \frac{\partial F}{\partial t_{ij}}$$

30

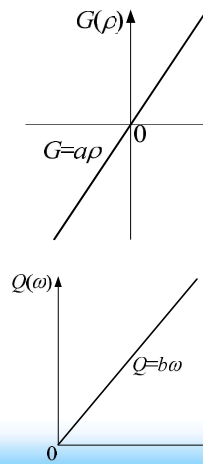
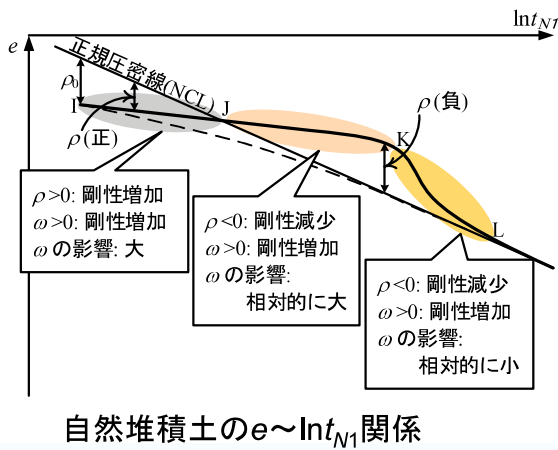
# 過圧密土・自然堆積土の多次元モデル (Subloading $t_{ij}$ model) (2/2)

$$f = F - \left\{ H + \frac{\rho_0 - \rho}{\lambda - \kappa} \right\} = 0$$



$$\bullet d\rho = -(1+e_0)\sqrt{3} \frac{G/(1+k_a X)}{t_N} \Lambda$$

$$\rho = \rho_0 + \int d\rho$$



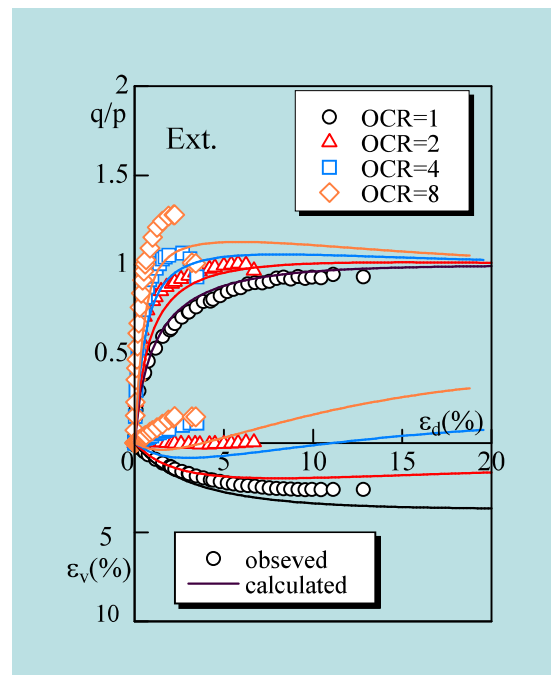
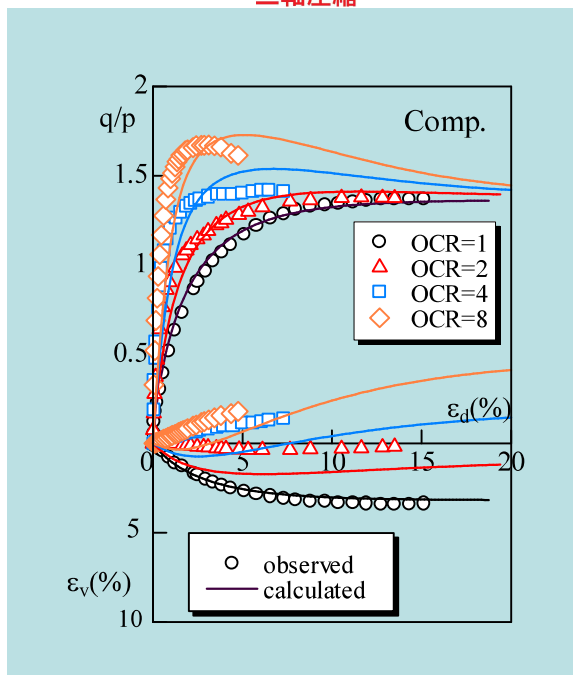
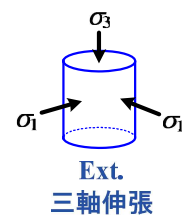
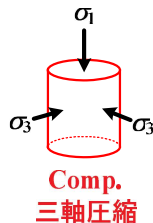
$$\bullet d\rho = -(1+e_0)\sqrt{3} \frac{G/(1+k_a X) + Q/(1+k_b X)}{t_N} \Lambda$$

$$\bullet d\omega = -(1+e_0)\sqrt{3} Q \left\| \frac{\partial F}{\partial t_{ij}} \right\| \Lambda$$

$$\omega = \omega_0 + \int d\omega$$

31

## 正規および過圧密粘土の三軸圧縮および伸張試験



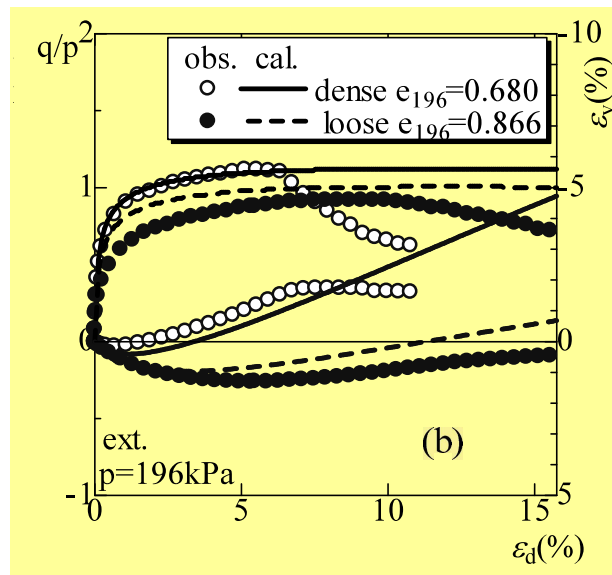
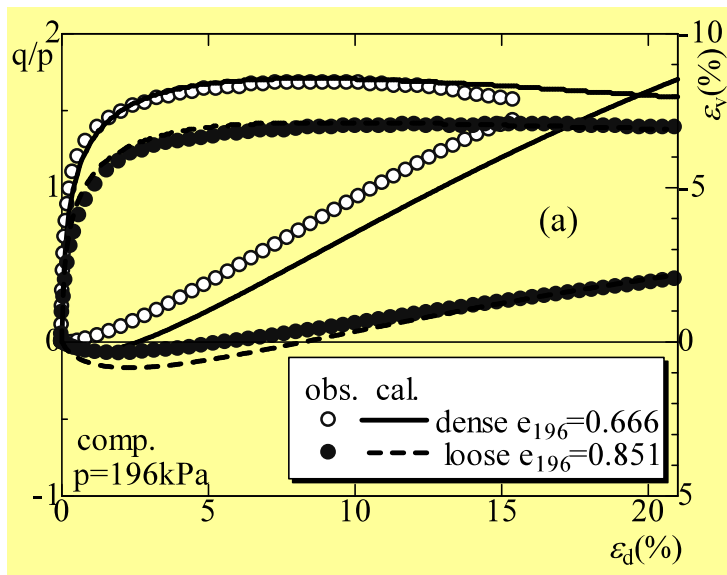
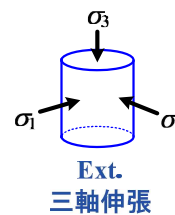
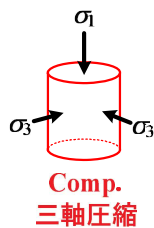
$q/p : \epsilon_d : \epsilon_v$  relation

$q/p : \epsilon_d : \epsilon_v$  relation

32



# 緩い砂および密な砂の三軸圧縮および伸張試験

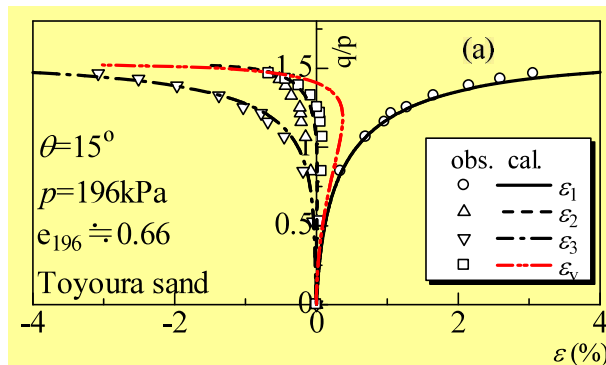
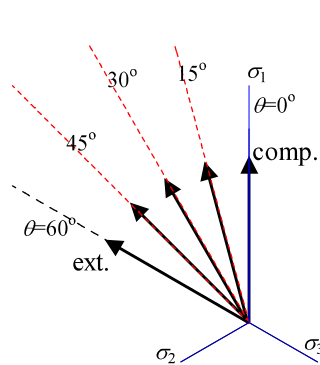


$q/p : \epsilon_d : \epsilon_v$  relation

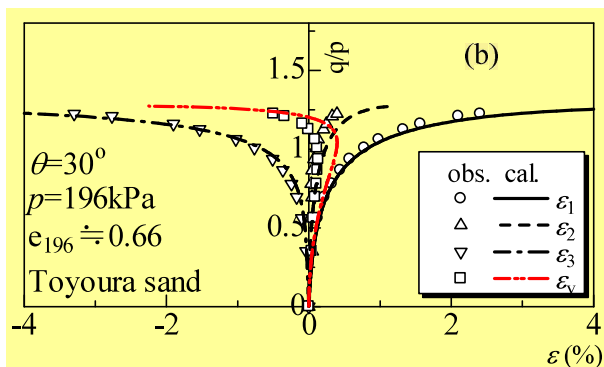
$q/p : \epsilon_d : \epsilon_v$  relation

33

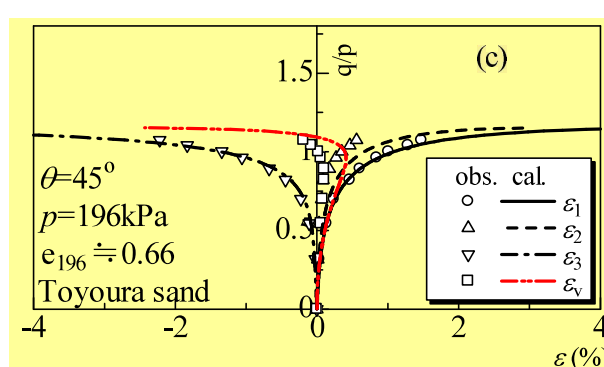
## 密な砂の3主応力制御試験結果と解析結果



$\theta = 15^\circ$



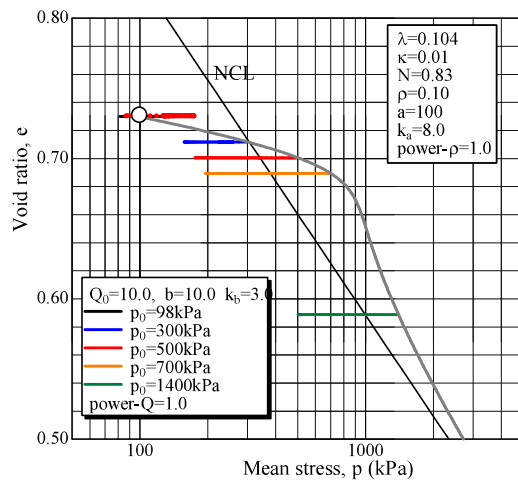
$\theta = 30^\circ$



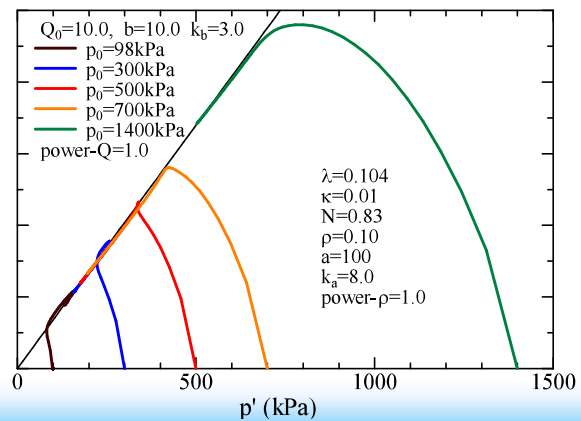
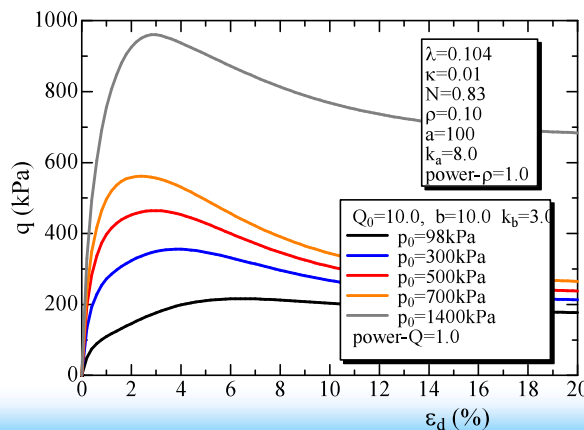
$\theta = 45^\circ$

34

# Structured clayの非排水せん断試験の解析結果

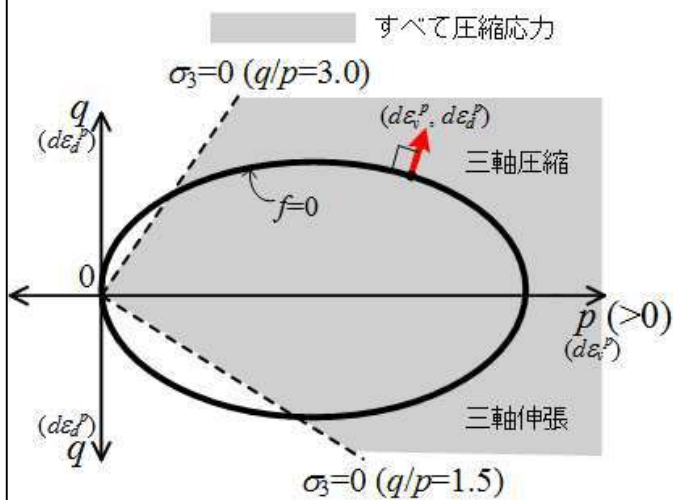


$e_0 = 0.73$ ,  $p_0 = 98 \text{ kPa}$ ,  $Q_0 = 10.0$ ,  $b = 10$   
の初期状態から等方圧縮した後の  
非排水三軸圧縮試験の解析結果

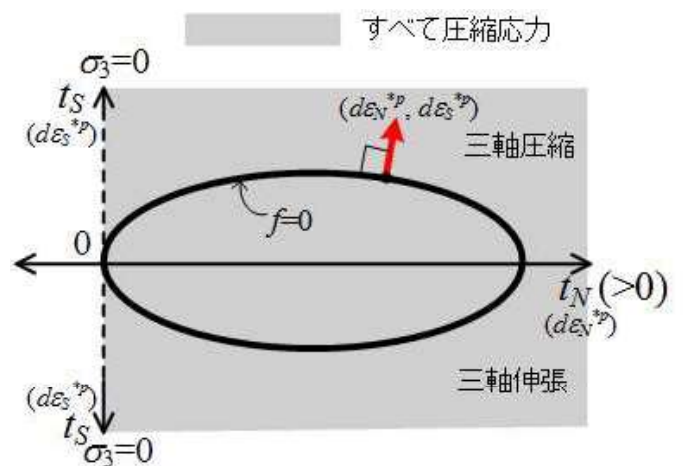


35

## 既往および $t_{ij}$ の概念によるモデルの降伏曲面と応力の取り得る領域



Cam clay type



$t_{ij}$  type

# 微視的観点からみた $t_{ij}$ の意味

- Satake(1984)による構造テンソルの主値と応力比の関係

$$\varphi_1/\varphi_2 \approx (\sigma_1/\sigma_2)^{0.5}$$

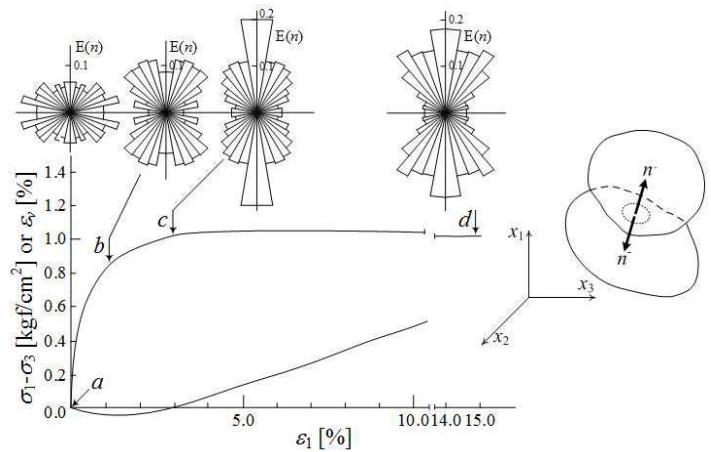
- Satake(1982)による修正応力

$$\sigma_{ij}^* = (1/3)\varphi_{ik}^{-1}\sigma_{kj}$$

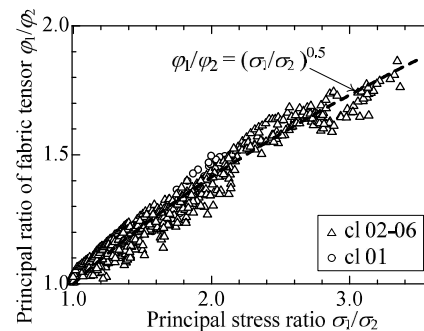
- 修正応力 $t_{ij}$  (Nakai & Mihara, 1984)

$$t_{ij} = a_{ik}\sigma_{kj}$$

$$(a_1, a_2, a_3) = \left( \sqrt{\frac{I_3}{I_2\sigma_1}}, \sqrt{\frac{I_3}{I_2\sigma_2}}, \sqrt{\frac{I_3}{I_2\sigma_3}} \right)$$



応力・ひずみ関係と粒子接平面の法線頻度分布(Oda, 1972; 1993)

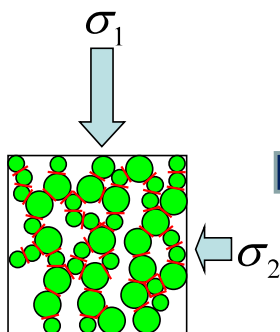


37

DEMによる構造テンソルの主値の変化(Maeda et.al., 2006)

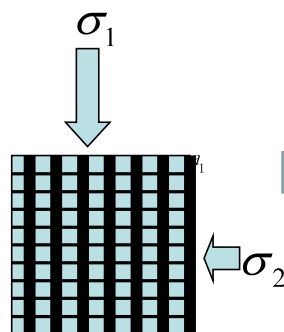
## $t_{ij}$ の概念の意味

土のような  
粒状体

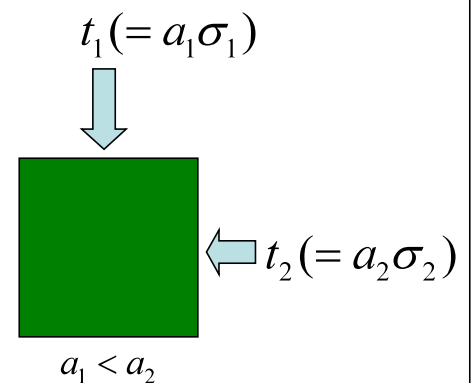


小田(1972)の  
微視的考察

異方的な連続  
体とみなす



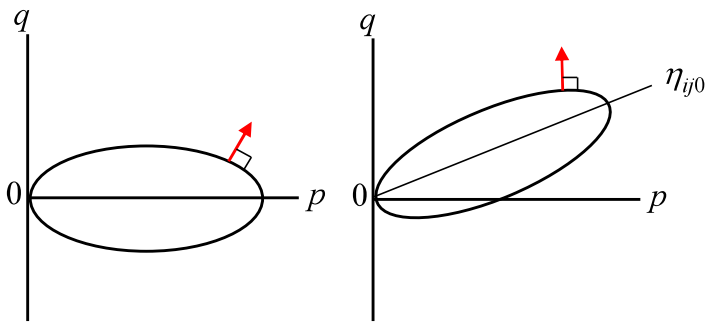
等価な等方性  
連続体とみる



$$\therefore a_1 : a_2 = \frac{1}{\sqrt{\sigma_1}} : \frac{1}{\sqrt{\sigma_2}}$$

$$t_{ij} = a_{ik}\sigma_{kj}$$

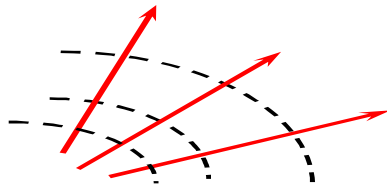
## $t_{ij}$ の概念における流れ則(直交則)の意味



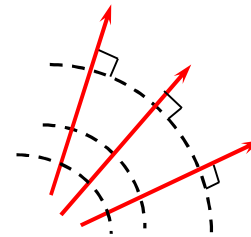
問題:  
等方硬化モデルはもちろんのこと、  
降伏関数を傾ける回転硬化モデル  
(左図)でも直行則を仮定して塑性  
ひずみ増分方向を決めている。

これは正しいか？

例えば、異方性地盤の透水問題では流れの方向は物理空間の等ポテンシャル面に直交せず、等方的な透水係数になるように変換した空間で直行則が成り立つ(ポテンシャル論)。



物理空間



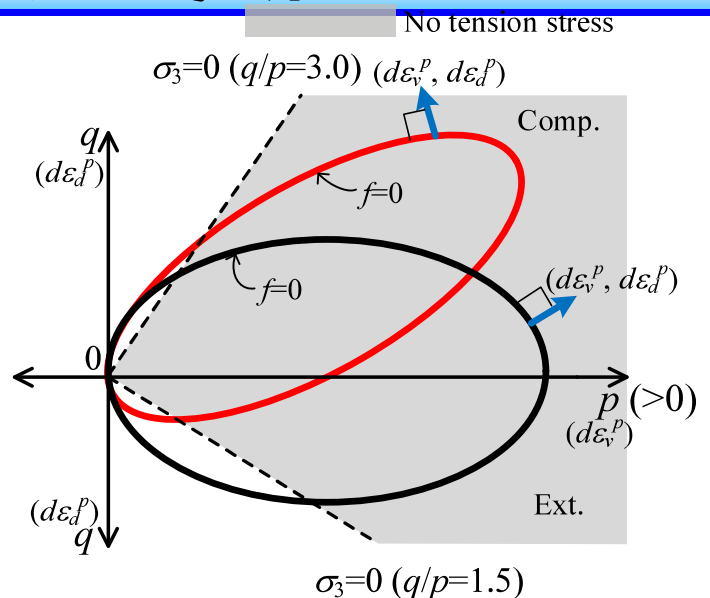
変換空間

$t_{ij}$ の考え方は応力(応力比)誘導異方性を有する材料を、等価な等方性を有する材料に置き換えることを意味する。そのような意味において、 $\sigma_{ij}$ 空間ではなく $t_{ij}$ 空間で直行則を考えるのが妥当だと言える。

39

## 既往のモデルの降伏曲面と本モデルの考え方

- 通常繰返し载荷モデルは $(p, q)$ 平面内での回転硬化を使って等方硬化モデルから拡張する
- この場合でも降伏曲面内に引張り応力領域が存在する。
- 回転硬化モデルでも直交流れ則を使うがこれは物理的な意味から合理性があるのか？
- 本来は応力構造異方性を表す $a_{ij}$ に繰返し载荷特性を入れるのがよい(京川他)
- 等方硬化型の下負荷面でもある程度の繰返し载荷特性を表現できるので、ここでは塑性ひずみの大きさだけを考慮



正規圧密単調载荷時からの剛性の増減は $\rho$ の発展則で決まるので、  
繰返し载荷効果 $Q_c$ を $\rho$ の発展則に導入(ただし、 $\omega=0$ としている)

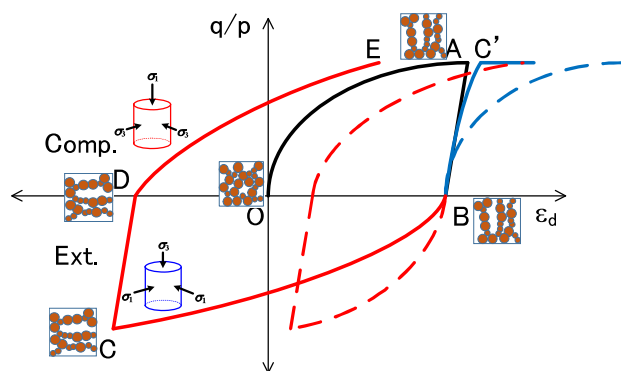
$$d\rho = -(1+e_0)\sqrt{3} \frac{G/(1+k_a X) + Q_c}{t_N} \Lambda$$

ここに、 $Q_c > 0$  は剛性増加、 $Q_c < 0$  は剛性減少を表すことになる 40

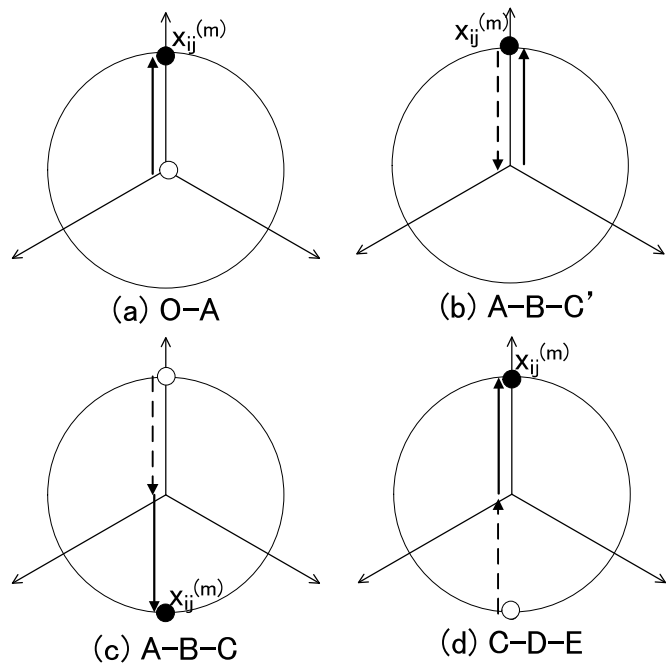
## 41

## 繰返し載荷時の粒子構造変化

# 載荷・除荷時の構造変化



- (a) 等方な構造から偏る
- (b) 載荷・除荷の両過程で構造変化なし
- (c) 除荷過程で変化はないが、その後の逆方向の載荷で大きく変化
- (d) (c)と同じ傾向



繰返し載荷中の構造変化の表現

○: 始点での構造      ●: 終点での構造  
実線: 載荷過程      破線: 除荷過程

43

## 構造変化のまとめ

実測値の考察から、

- (a) 載荷時に構造が大きく変化する時(例えば両振り)に剛性が減少し、構造が変化しない時(例えば片振り)では剛性は大きくなる。また、除荷時には構造変化がない。
- (b) 同じ応力(比)領域内で繰返し載荷回数が増え、それに応じて剛性が大きくなりやがて定常的なループを描く。

$$Q_c = \underbrace{Q_{c(1)}}_{\text{(a)の効果}} + \underbrace{Q_{c(2)}}_{\text{(b)の効果}}$$

$$Q_{c(1)} = k_{m(cyc)} \cdot (2 + \cos \gamma)^3 \cdot (l_c / l_{c(max)}) \cdot \cos \gamma$$

パラメータ

$a_{cyc}$ : 近づく速さを決める  
 $k_{m(cyc)}$ :  $Q_{c(1)}$  の大きさを決める

$$Q_{c(2)} = k_{n(cyc)} \cdot (X_n / l_n)^2 \quad \text{where, } X_n = \sum dX \Big|_{unloading}$$

パラメータ

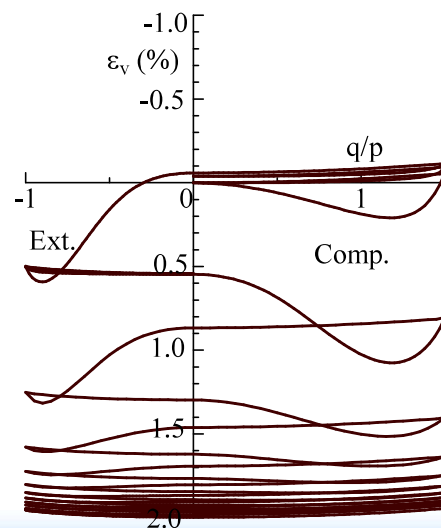
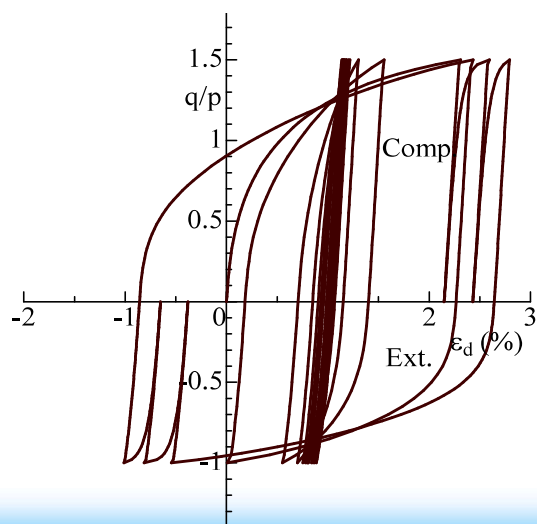
$k_{n(cyc)}$ :  $Q_{c(2)}$  の大きさを決める

44

# 実測値に対応する計算曲線

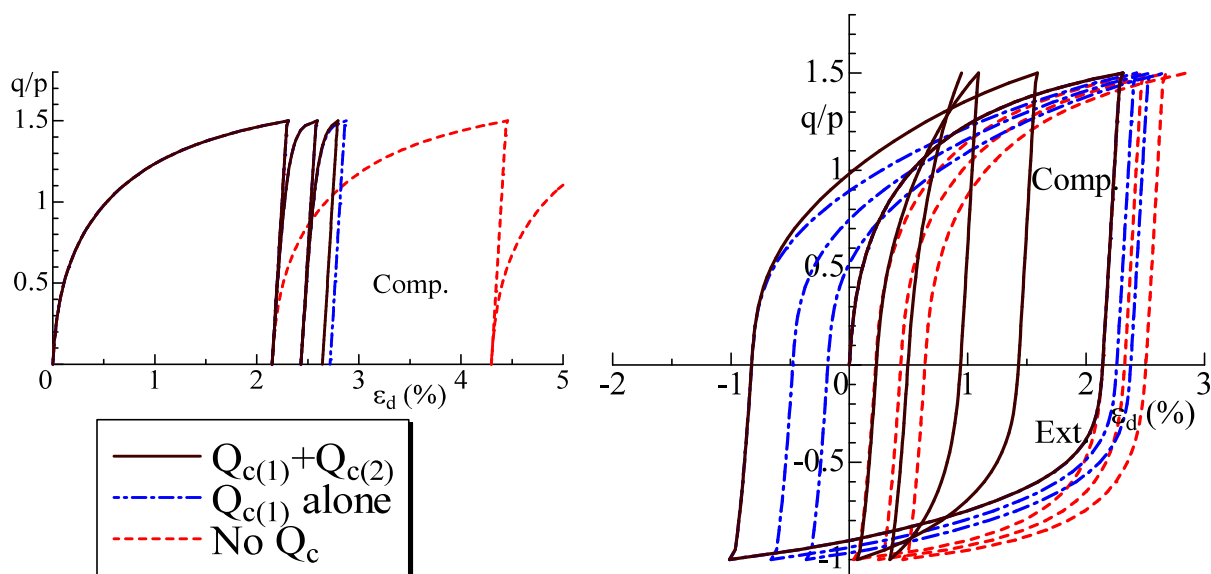
$\lambda$	0.05	Same parameters as Cam clay model
$\kappa$	0.004	
$e_{NC}$ at $p = 98$ kPa & $q = 0$ kPa	1.0	
$R_{cs} = (\sigma_1/\sigma_3)_{cs(comp.)}$	3.0	
$v_e$	0.2	Shape of yield surface
$\beta$	1.6	
$a$	60	
$k_a$	12	Influence of density and confining pressure
$a_{cyc}$	2.0	
$k_{m(cyc)}$	5.0	Cyclic behavior
$k_{n(cyc)}$	2.0	

材料パラメータ



45

## Qcの考慮の仕方が解析結果におよぼす影響



(a) 片振り载荷

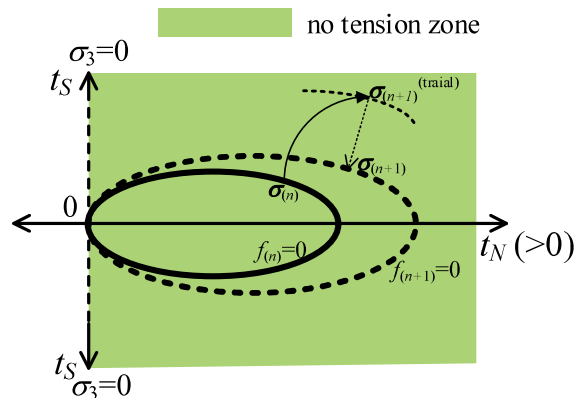
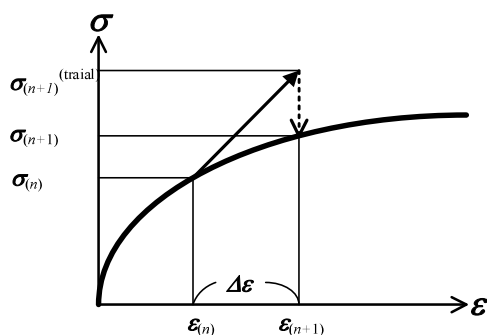
(a) 両振り载荷

46

# 陽解法 (Return mapping)による定式化

47

## Return mappingによる定式化



現状態を $n$ とし、その時のひずみおよび応力を $\epsilon_{(n)}$ ,  $\sigma_{(n)}$ とする。この状態から、 $\Delta\epsilon$ のひずみ増分を与えた状態を $n+1$ とする。Return mappingではまず $\Delta\epsilon$ のひずみ増分はすべて弾性ひずみと仮定し、試行弾性状態の応力 $\sigma_{(n+1)}^{(trial)}$ を求め、その後 $n+1$ で降伏関数 $f_{(n+1)}=0$ を満たす応力状態がなるように解くことになる。

しかし、弾性試行状態で引張り領域になると、図からも判るように降伏関数が定義できない。これを防ぐため引張り領域まで降伏関数を伸ばすようなことも行われるが本質的でない。

また、弾性式は地盤材料の非線形弾性挙動を表現でき、応力と弾性ひずみ間に一義的な関係が成り立つ必要がある。

48



# 解析条件(藤森粘土)

平面ひずみ条件での非排水せん断 ( $p_0=98\text{kPa}$ )

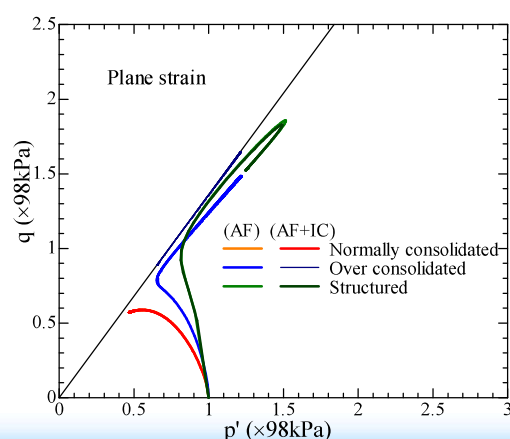
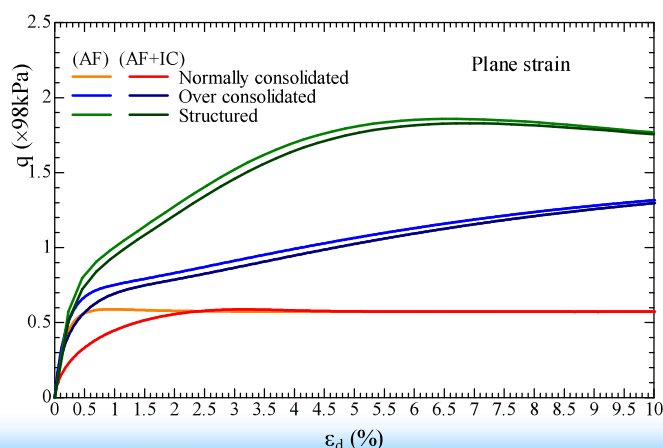
(a) 正規圧密粘土 ( $e_0=0.83$ )

(b) 過圧密粘土 ( $e_0=0.73$ )

(c) 構造化した粘土 ( $e_0=0.73$ ,  $Q_0=10.0(\omega_0=1.0)$ )

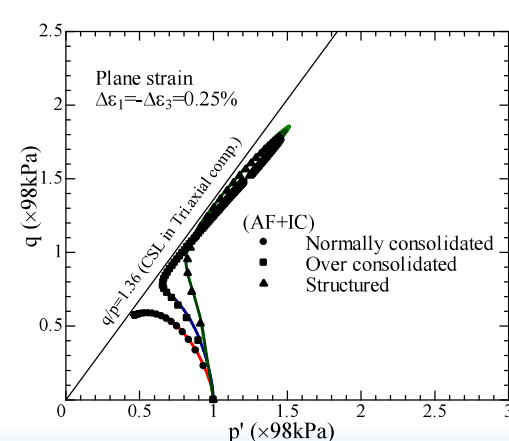
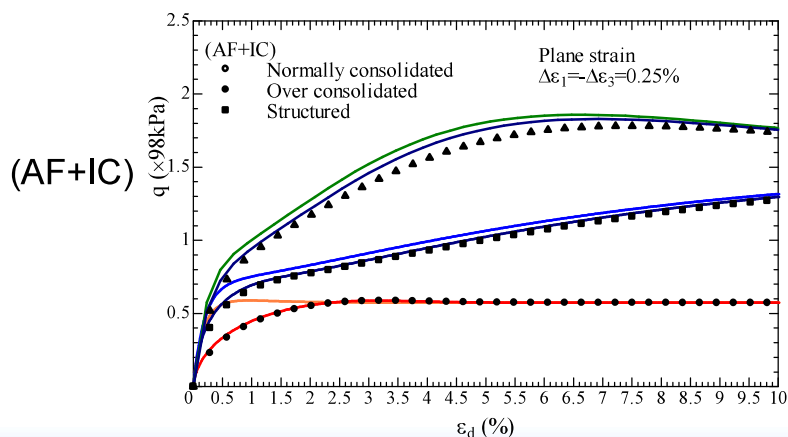
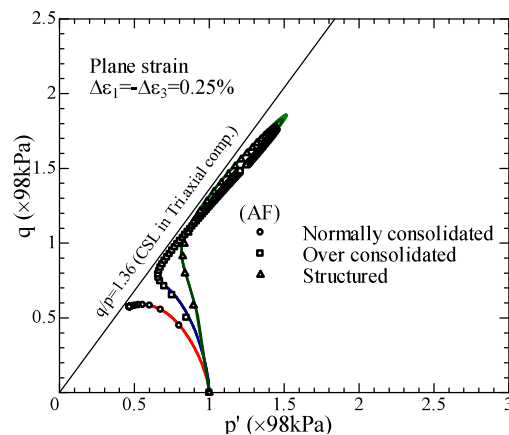
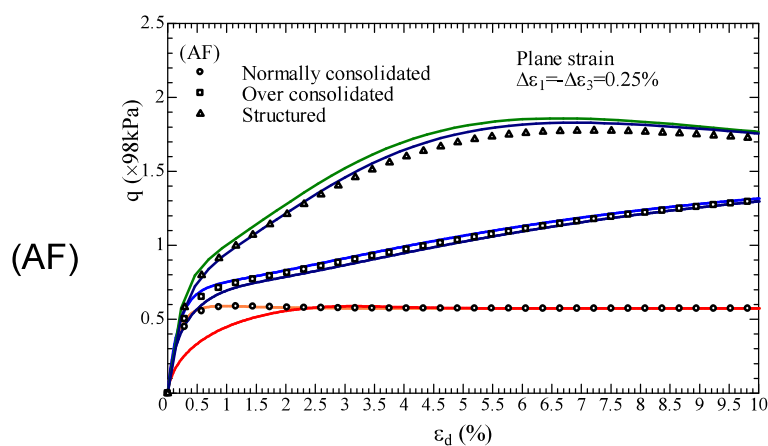


$\lambda$	0.104	Same parameters as Cam clay model
$\kappa$	0.010	
$e_{NC}$ at $p=98\text{ kPa}$ & $q=0\text{ kPa}$	0.83	
$R_{cs} = (\sigma_1/\sigma_3)_{cs(comp.)}$	3.5	
$v_e$	0.2	Shape of yield surface
$\beta$	1.5	
$a$	100	Influence of density and confining pressure
$k_a$	8	
$b$	10	Influence of bonding
$k_b$	3	



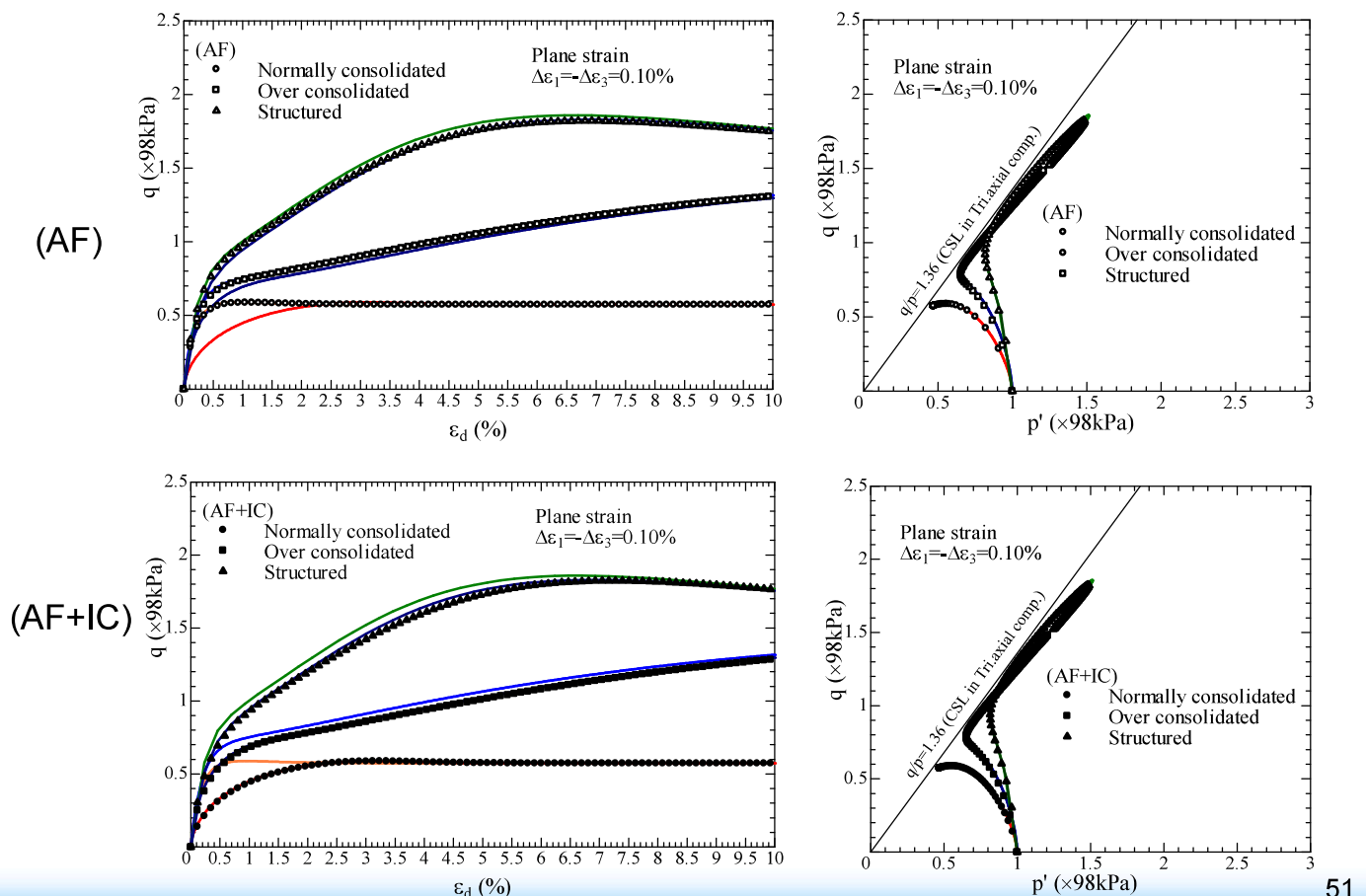
49

# 解析結果( $\Delta\epsilon_1=0.25\%$ )



50

## 解析結果( $\Delta\epsilon_1=0.10\%$ )



51

## まとめ

Subloading  $t_{ij}$  modelでは以下の地盤材料の緒特性を出来るだけ唯一的に表現できるように定式化している。その結果、一般的な3次元応力条件下で、正規圧密土・過圧密土・自然堆積土を共通の材料パラメータで説明できる。

- (1) 中間主応力が変形・強度特性におよぼす影響
  - (2) 引張り応力の発生しない構成モデル
  - (3) ひずみ硬化中の正のダイレイタンスー
  - (4) 変形・強度特性におよぼす密度(間隙比)や拘束応力の影響
  - (5) 自然堆積粘土等に見られる構造の発達した土の挙動
  - (6) 時間効果特性すなわちレオロジー特性
  - (7) ひずみ増分方向におよぼす応力増分方向の影響
  - (8) 繰返し載荷時の挙動
  - (9) 計算精度および時間の改善
- $t_{ij}$ の考え方  
 下負荷面とその応用  
 塑性ひずみ増分のsplit  
 下負荷面の状態変数の拡張  
 陰解法(Return mapping)

現有の有限要素解析program (FEMtij-2D, 3D)は(1)~(8)を考慮しているが、現在 PLAXIS+tijでは(1)~(5)および(7), (9)を考慮。

現在Plaxis+tijでは陰解法による精度・機能の向上および時間効果特性の導入をはかっている。

## 参考文献(1)

- 1) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T. (2000a): Superloading yield surface concept for highly structured soil behavior, *Soils and Foundations*, **40**(2), 99-110.
- 2) 浅岡 顕, 中野 正樹, 野田 利弘 (2000b): 「構造」を持った過圧密土の弾塑性挙動, *応用力学論文集*, 土木学会, **3**, 335-342.
- 3) Graham, J., Crooks, J.H.A. and Bell, A.L. (1983): Time-effects on the stress-strain behavior of natural soft clays, *Geotechnique*, **33**(3), 327-340.
- 4) Hashiguchi, K. and Ueno, M. (1977): Elasto-plastic constitutive laws for granular materials, constitutive equations for soils, Proc. of Specialty Session 9, 9th International Conf. on Soil Mech. and Foundation Eng., Tokyo, 73-82.
- 5) Hashiguchi, K. (1980): Constitutive equation of elastoplastic materials with elasto-plastic transition, *Jour. of Appli. Mech., ASME*, **102**(2), 266-272.
- 6) Leroueil, S., Kabbaj, M., Tavenas, F. and Bouchard, R. (1985): Stress-strain-strain rate relation for the compressibility of sensitive natural clays, *Geotechnique*, **35**(2), 159-180.
- 7) Matsuoka, H. (1974): Stress-strain relationship of sand based on the mobilized plane, *Soils and Foundations*, **14**(2), 47-61.
- 8) Matsuoka, H. and Nakai, T. (1974): Stress-deformation and strength characteristics of soil under three different principal stresses, *Proc. of JSCE*, **232**, 59-70.
- 9) Murayama, S. (1964): A theoretical consideration on a behavior of sand, *Proc. of IUTAM Symposium on Rheology and Soil Mechanics*, Grenoble, 146-159.
- 10) 中井照夫, 松岡元 (1980): 3主応力下の土のせん断挙動に関する統一的解釈, *土木学会論文報告集*, **301**, 65-77.
- 11) Nakai, T. and Mihara, Y. (1984): A new mechanical quantity for soils and its application to elastoplastic constitutive models, *Soils and Foundations*, **24**(2), 82-94.
- 12) Nakai, T. and Hinokio, T. (2004): A simple elastoplastic model for normally and over consolidated soils with unified material parameters, *Soils and Foundations*, **44**(2), 53-70.

53

## 参考文献(2)

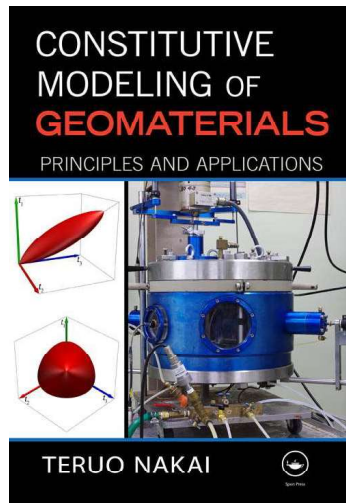
- 13) 中井照夫 (2011): 地盤材料の構成モデル最前線 – 2.弾塑性論の解説とカムクレイモデルの適用性, *地盤工学会誌, 講座*, **59**(4), 47-55.
- 14) 中井照夫 (2011): 地盤材料の構成モデル最前線 – 7.3主応力条件下での材料特性のモデル化, *地盤工学会誌, 講座*, **59**(9), 66-75.
- 15) Nakai T., Shahin H.M., Kikumoto M., Kyokawa H., Zhang F. and Farias, M.M. (2011a): A simple and unified one-dimensional model to describe various characteristics of soils, *Soils and Foundations*, **51**(6), 1129-1148.
- 16) Nakai T., Shahin H.M., Kikumoto M., Kyokawa H., Zhang F. and Farias, M.M. (2011b): A simple and unified three-dimensional model to describe various characteristics of soils, *Soils and Foundations*, **51**(6), 1149-1168.
- 17) Nakai, T. (2012): *Constitutive Modeling of Geomaterials: Principles and Applications*, CRC Press.
- 18) 中井照夫 (2018): 巨視的および微視的観点から見た $t_{ij}$ の概念の意義, *地盤工学会誌*, **66**(7), 18-21.
- 19) Oda, M. (1972): The mechanism of fabric changes during compressional deformation of sand, *Soils and Foundations*, **12**(2), 1-18.
- 20) Oda, M. (1993): Inherent and induced anisotropy in plasticity theory of granular soils, *Mechanics of Materials*, **16**, (1-2), 35-45.
- 21) Oka, F., Kodaka, T., Kimoto, S., Ishigaki, S. and Tsuji, C. (2003): Step-changed strain rate effects on the stress-strain relations of clay and a constitutive modeling, *Soils and Foundations*, **43**(4), 189-202.
- 22) Roscoe K.H., Burland J.B. (1968): On the generalized stress-strain behavior of wet clay, In *Engineering Plasticity*, Cambridge University Press, 535-609.
- 23) Satake, M. (1982): Fabric tensor in granular materials. *Proc. of IUTAM Conference on Deformation and Failure of Granular Materials*, Delft, 63-68.
- 24) 佐武正雄 (1984): 地盤と土の異方性, *土と基礎*, **32**(11), 5-12
- 25) Schofield, A. N. and Wroth, C. P. (1968): *Critical State Soil Mechanics*, McGraw- Hill.

54

## 参考文献(3)

参考:

$t_{ij}$ の最初の論文は 11)、それと下負荷面を組み合わせたモデルは 12)、その他種々の材料特性の1次元および3次元モデルは 15)、16)に記載している。これらを含め地盤材料のモデル化について 13)、14)で講座として解説している。 $t_{ij}$ の概念の意義は18)で説明している。また、 $t_{ij}$ の考え方を含め定式化の詳細およびその応用までを本17)で解説している。



CRC Press (Taylor and Francis) から出版

検索サイトに”teruo nakai crc”と入れると本の案内が出ます