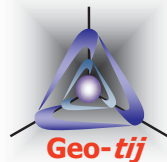


地盤材料の通常の多次元モデル

tij地盤解析研究所
(株)地域 地盤 環境 研究所
中部大学
元名古屋工業大学

中井照夫



1

内容

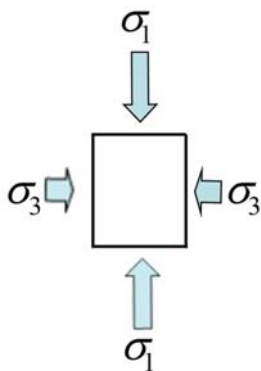
1. 弾塑性論の基本
 - 1次元の弾性および弾塑性論
 - 多次元の弾性および弾塑性論
2. 地盤材料の1次元挙動とモデル化
 - 正規圧密土
 - 過圧密土
 - 自然堆積土
 - 正規圧密土から自然堆積土までの時間効果特性
3. 地盤材料の通常の多次元モデル
 - 正規圧密土から過圧密土までのせん断挙動
 - 弾・完全塑性モデル(Drucker-Prager model, Mohr-Coulomb model)
 - Cam clay model
4. t_{ij} の概念とそれに基づく正規圧密土のモデル化(t_{ij} clay model)
 - t_{ij} の概念の意味
 - t_{ij} の概念に基づく正規圧密土のモデル化
5. t_{ij} の概念に基づく過圧密土から自然堆積土までのモデル化(Subloading t_{ij} model)
 - 過圧密土
 - 自然堆積土
 - 正規圧密土から自然堆積土までの時間効果特性
6. 陰解法によるモデルの定式化
 - 引張り応力のでない弾性式
 - Return Mapping
7. 繰返し载荷特性のモデル化他

2

正規圧密土から過圧密土までのせん断挙動

3

2次元状態での応力の不変量

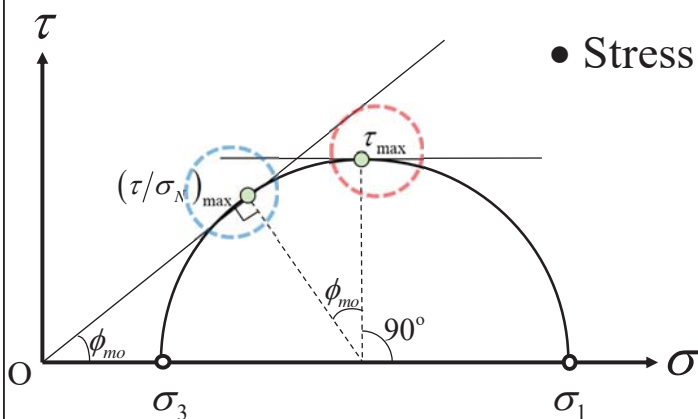


- Stress and stress ratio on τ_{\max} plane:

$$\sigma_{45^\circ} = s = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$$

$$\tau_{45^\circ} = t = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

$$\frac{\tau_{45^\circ}}{\sigma_{45^\circ}} = \frac{t}{s} = \sin \phi_{mo} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3}$$



- Stress and stress ratio on $(\tau / \sigma_N)_{\max}$ plane:

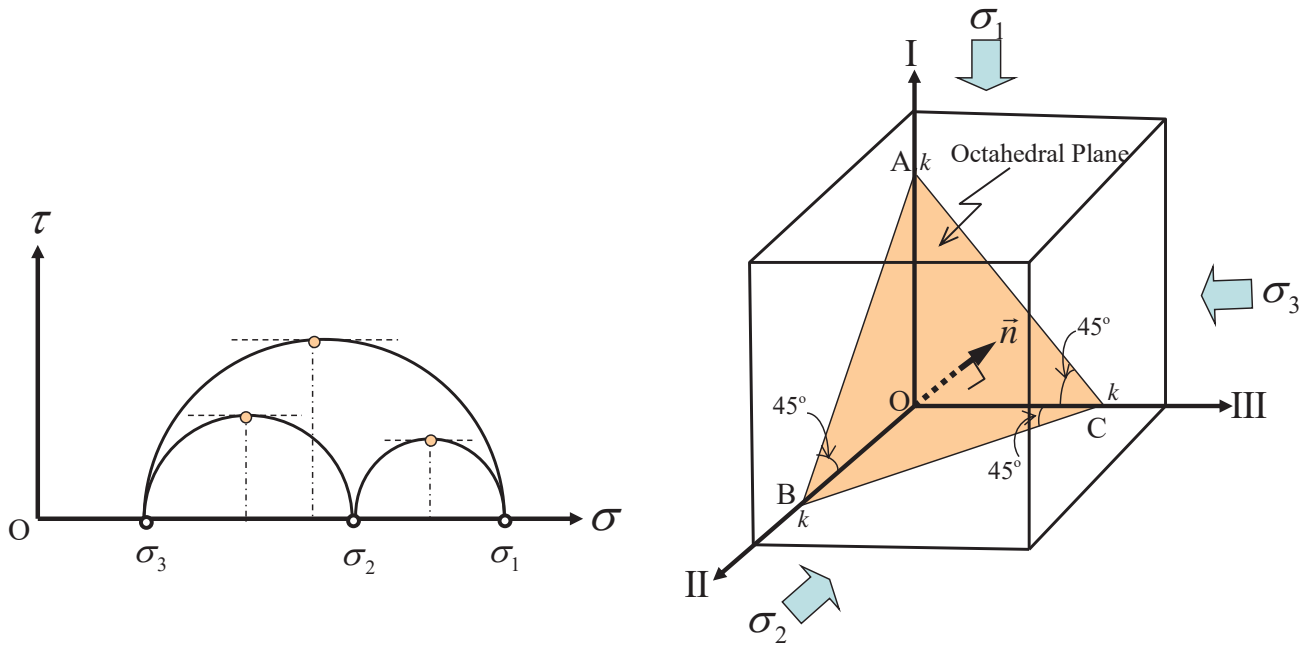
$$\sigma_N = \frac{2\sigma_1\sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3}$$

$$\tau = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)\sqrt{\sigma_1\sigma_3}}{\sigma_1 + \sigma_3}$$

$$\frac{\tau}{\sigma_N} = \tan \phi_{mo} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2\sqrt{\sigma_1\sigma_3}} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_3}} - \sqrt{\frac{\sigma_3}{\sigma_1}} \right)$$

Murayama (1964)

3次元応力状態と正八面体面(1)



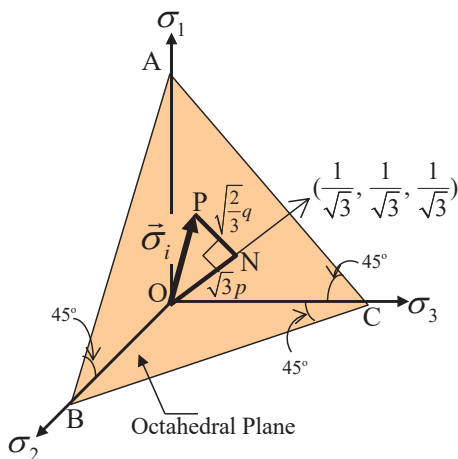
正八面体面の法線方向の単位ベクトル

$$\frac{\vec{n}}{|\vec{n}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$$

5

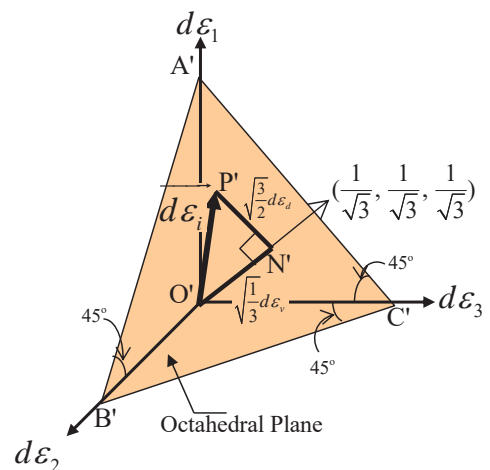
3次元応力状態と正八面体面(2)

応力パラメータ



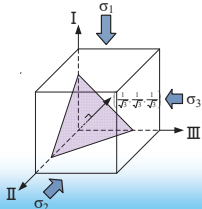
$$\begin{cases} p = \sqrt{\frac{1}{3}} \overline{ON} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \\ q = \sqrt{\frac{3}{2}} \overline{NP} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \end{cases}$$

ひずみ増分パラメータ



$$\begin{cases} d\varepsilon_v = \sqrt{3} \overline{O'N'} = d\varepsilon_1 + d\varepsilon_2 + d\varepsilon_3 \\ d\varepsilon_d = \sqrt{\frac{2}{3}} \overline{N'P'} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(d\varepsilon_1 - d\varepsilon_2)^2 + (d\varepsilon_2 - d\varepsilon_3)^2 + (d\varepsilon_3 - d\varepsilon_1)^2} \end{cases}$$

正八面体面上の応力およびひずみ増分との関係



$$\begin{cases} \sigma_{oct} = \sigma_m = p \\ \tau_{oct} = \frac{\sqrt{2}}{3} q \end{cases} \quad \begin{cases} d\varepsilon_{oct} = \frac{d\varepsilon_v}{3} \\ \frac{d\gamma_{oct}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} d\varepsilon_d \end{cases}$$

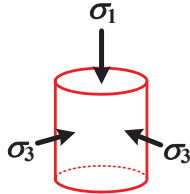
6

3次元応力状態と正八面体面(3)

ひずみパラメータ

$$\varepsilon_v = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = \varepsilon_{ij} \delta_{ij} = \varepsilon_{kk} \quad \varepsilon_d = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2}$$

三軸圧縮および伸張条件下の応力・ひずみ増分パラメータ



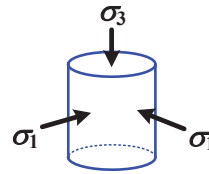
Comp.

under triaxial compression

$$\left\{ \begin{aligned} p &= \frac{\sigma_1 + 2\sigma_3}{3}, & q &= \sigma_1 - \sigma_3 \\ d\varepsilon_v &= d\varepsilon_1 + 2d\varepsilon_2, & d\varepsilon_d &= \frac{2}{3}(\varepsilon_1 - \varepsilon_3) \end{aligned} \right.$$

$$\varepsilon_v = \varepsilon_1 + 2\varepsilon_2, \quad \varepsilon_d = \frac{2}{3}(\varepsilon_1 - \varepsilon_3)$$

$$\varepsilon_d = \varepsilon_1 \text{ under undrained condition}$$



Ext.

under triaxial extension

$$\left\{ \begin{aligned} p &= \frac{2\sigma_1 + \sigma_3}{3}, & q &= \sigma_1 - \sigma_3 \\ d\varepsilon_v &= 2d\varepsilon_1 + d\varepsilon_2, & d\varepsilon_d &= \frac{2}{3}(\varepsilon_1 - \varepsilon_3) \end{aligned} \right.$$

$$\varepsilon_v = 2\varepsilon_1 + \varepsilon_2, \quad \varepsilon_d = \frac{2}{3}(\varepsilon_1 - \varepsilon_3)$$

$$\varepsilon_d = -\varepsilon_3 \text{ under undrained condition} \quad 7$$

正規圧密粘土のせん断特性(OCR=1)

Fig: Effect of confining pressure (OCR=1.0)

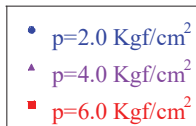
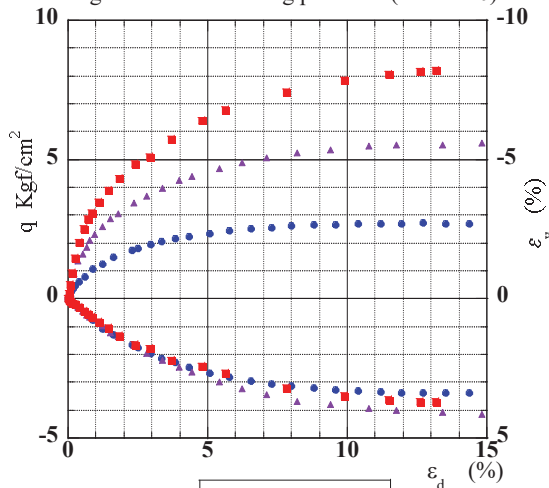
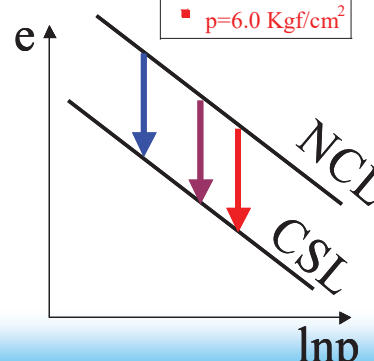
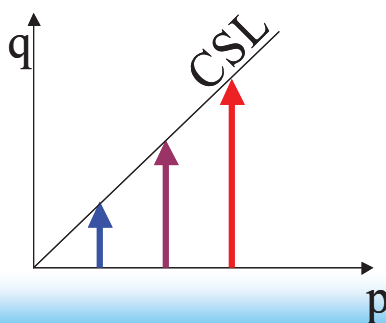
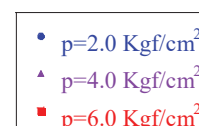
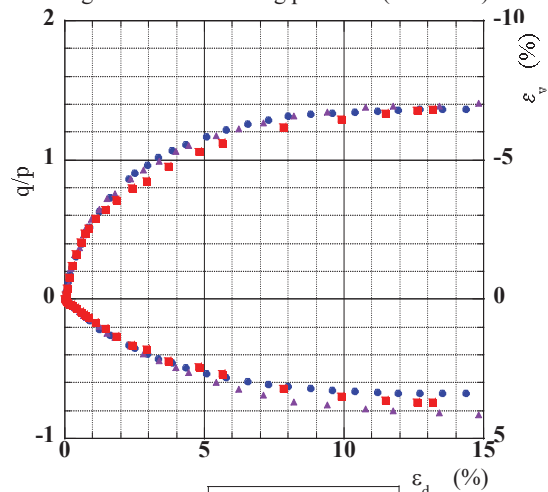
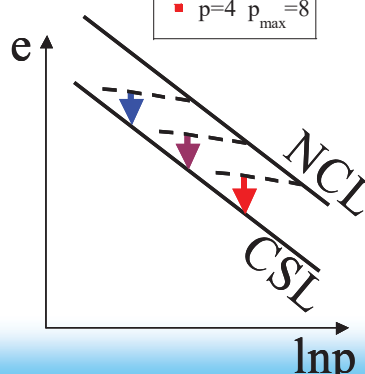
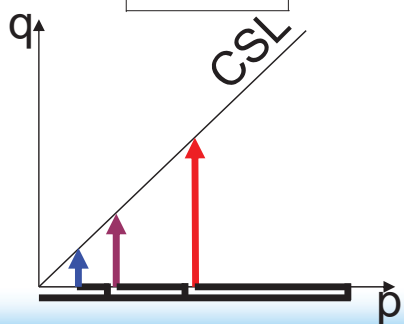
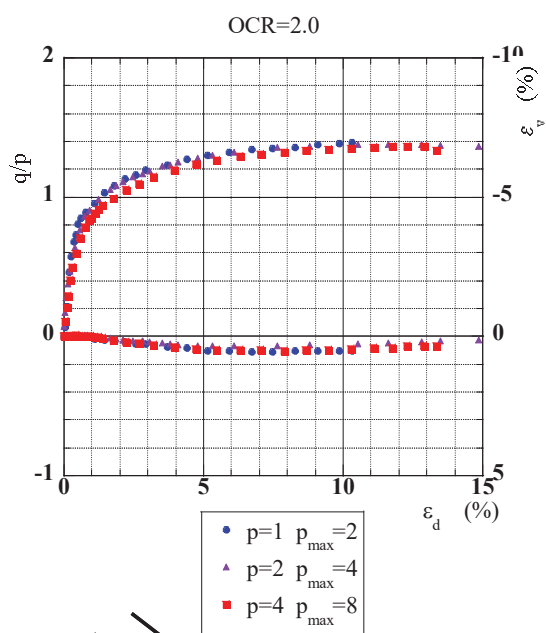
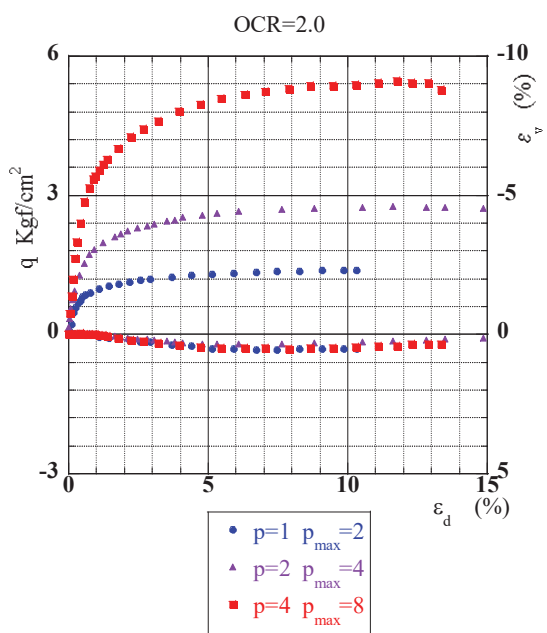


Fig: Effect of confining pressure (OCR=1.0)

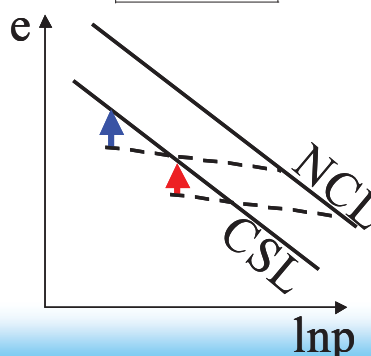
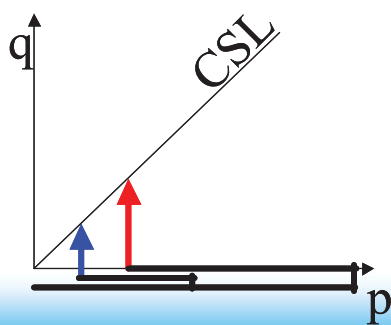
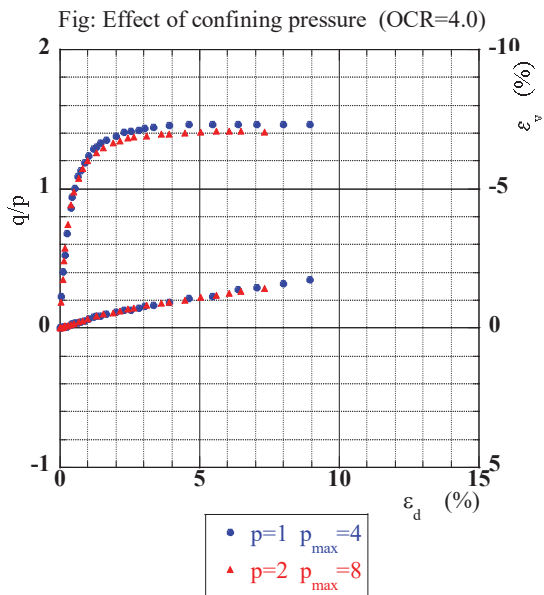
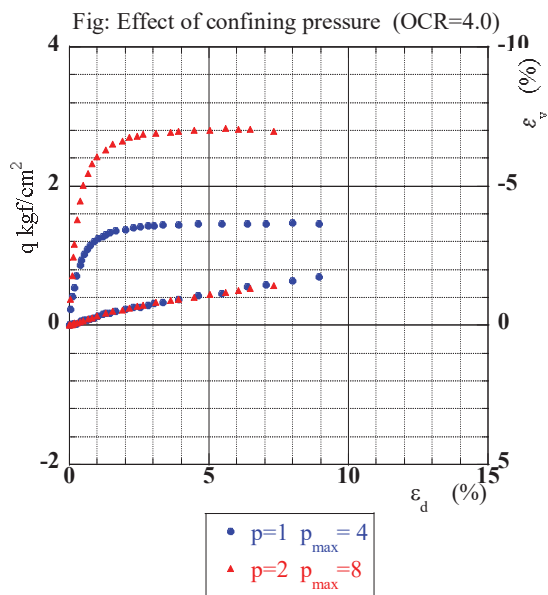


過圧密粘土のせん断特性(OCR=2)



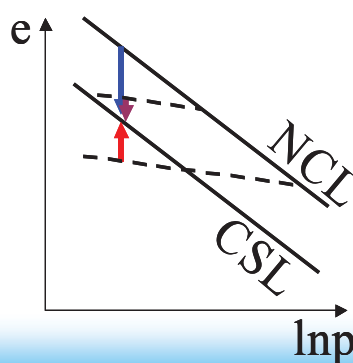
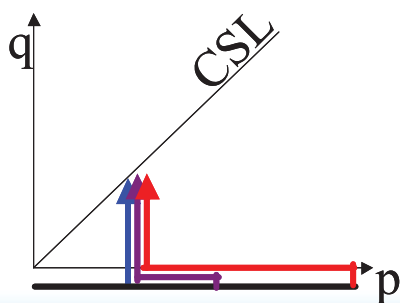
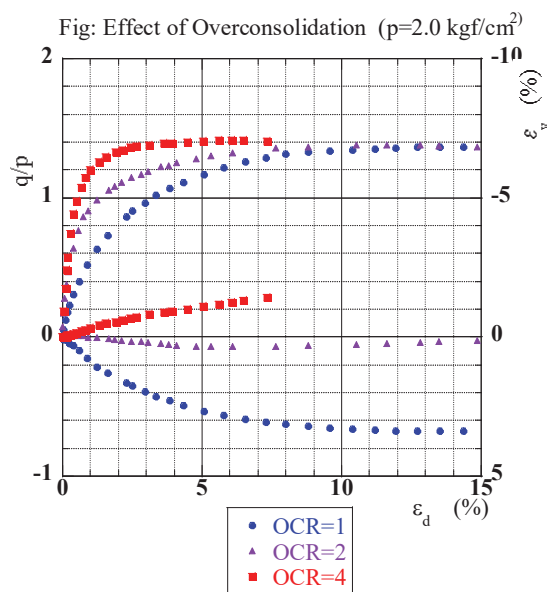
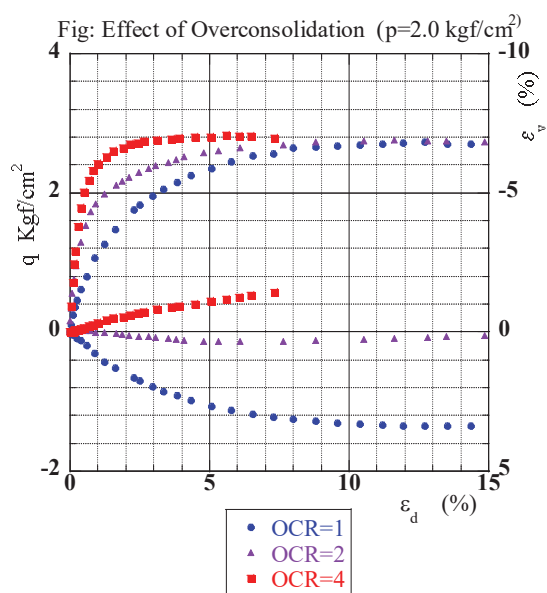
9

過圧密粘土のせん断特性(OCR=4)



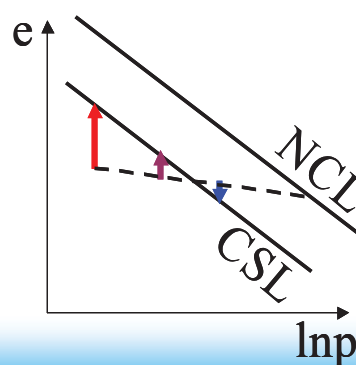
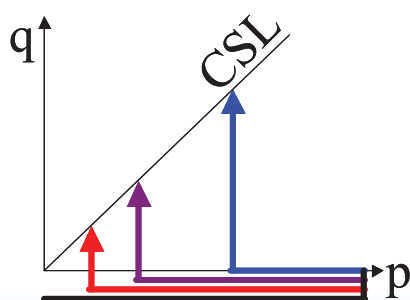
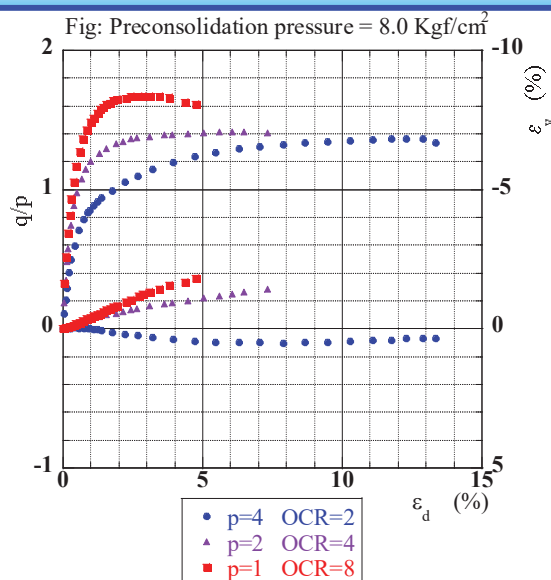
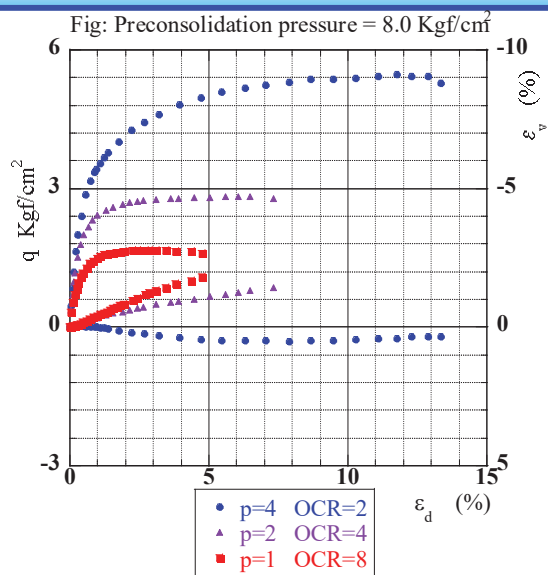
10

正規および過圧密粘土のせん断特性($p=196\text{kPa}$)



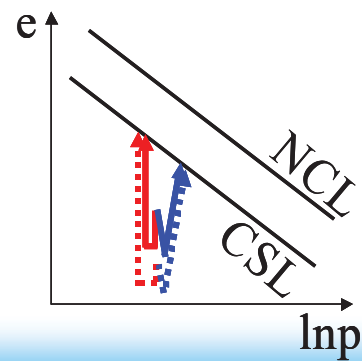
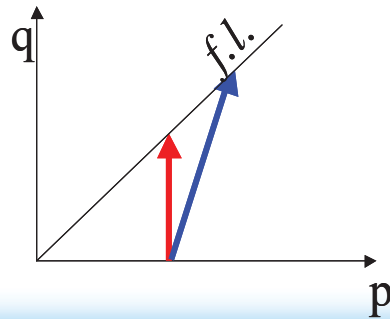
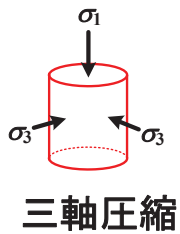
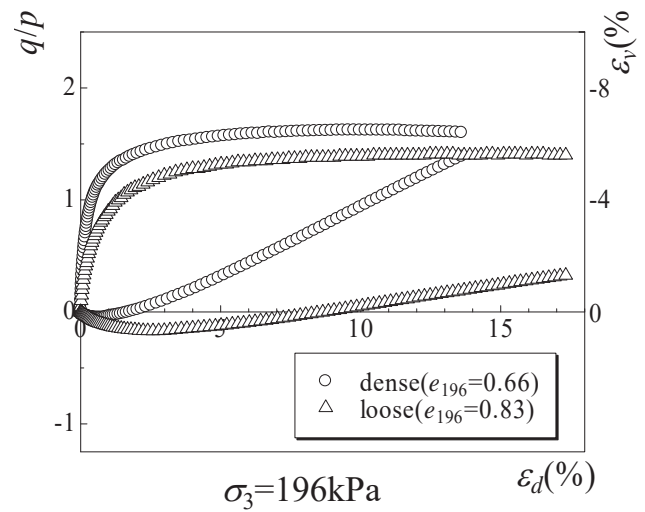
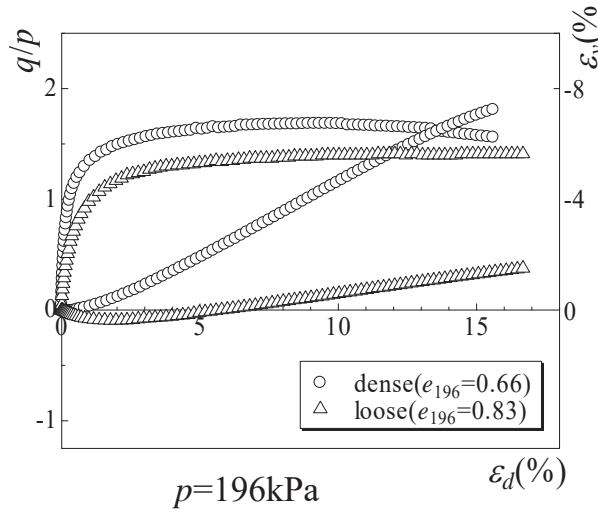
11

過圧密粘土のせん断特性 ($p_c=784\text{kPa}$)



12

砂のせん断特性(実測値)



13

弾・完全塑性モデル

- ✓ Prandtl-Reuss eq.(for metal)
- ✓ Drucker-Prager model,
- ✓ Mohr-Coulomb model

14

1次元および多次元での降伏関数

・1D

$$f = F(\sigma) - H(\varepsilon^p) = 0$$



・3D

$$f = F(\sigma_{ij}) - H(\varepsilon_{ij}^p) = 0$$

$$f = F(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) - H(\varepsilon_1^p, \varepsilon_2^p, \varepsilon_3^p) = 0 \quad (\text{isotropic material})$$



(three invariants => two invariants)

$$f = F(p, q) - H(\varepsilon_v^p, \varepsilon_d^p) = 0$$

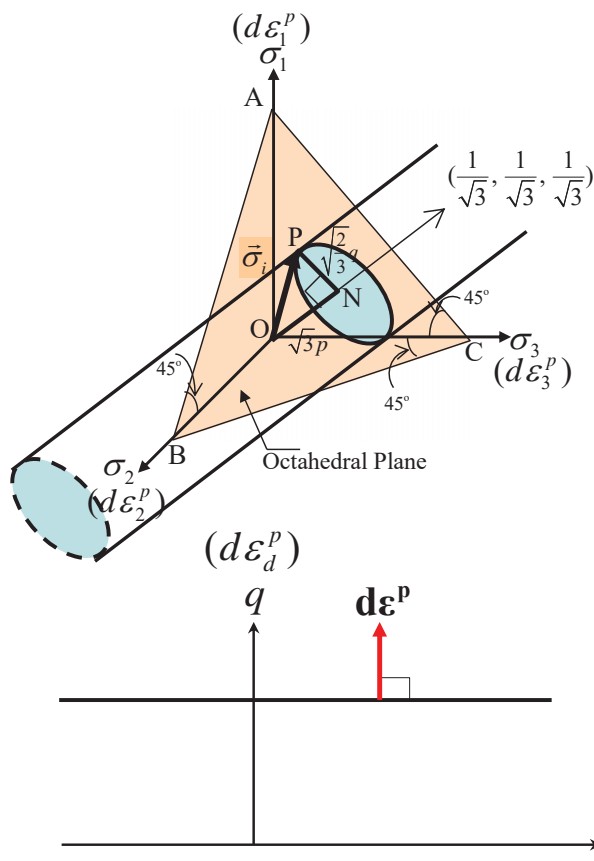
or

$$f = F(p, \eta = q/p) - H(\varepsilon_v^p, \varepsilon_d^p) = 0$$

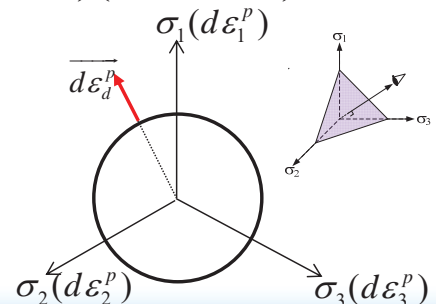
e.g., for metal: $f = F(q) - C = 0$ or $f = F(q) - H(\varepsilon_d^p) = 0$

Prandtl-Reuss 式(1/2)

・多くの金属材料



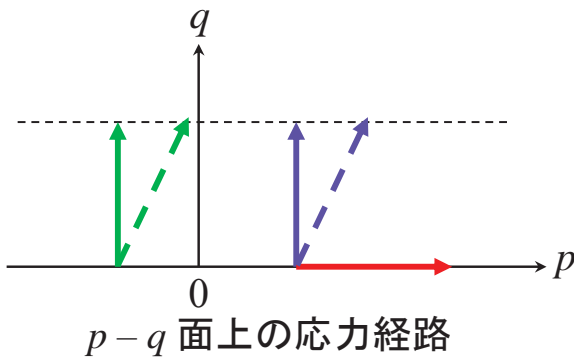
$$\left\{ \begin{aligned} p &= \sqrt{\frac{1}{3}} \overline{ON} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \\ &= \frac{1}{3} \sigma_{ii} \\ q &= \sqrt{\frac{3}{2}} \overline{NP} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \\ &= \sqrt{\frac{3}{2}} (\sigma_{ij} - p \delta_{ij}) (\sigma_{ij} - p \delta_{ij}) \\ \left\{ \begin{aligned} d\varepsilon_v &= d\varepsilon_1 + d\varepsilon_2 + d\varepsilon_3 \\ &= d\varepsilon_{ii} \\ d\varepsilon_d &= \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(d\varepsilon_1 - d\varepsilon_2)^2 + (d\varepsilon_2 - d\varepsilon_3)^2 + (d\varepsilon_3 - d\varepsilon_1)^2} \\ &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left(d\varepsilon_{ij} - \frac{d\varepsilon_v}{3} \delta_{ij} \right) \left(d\varepsilon_{ij} - \frac{d\varepsilon_v}{3} \delta_{ij} \right) \end{aligned} \right. \end{aligned} \right.$$



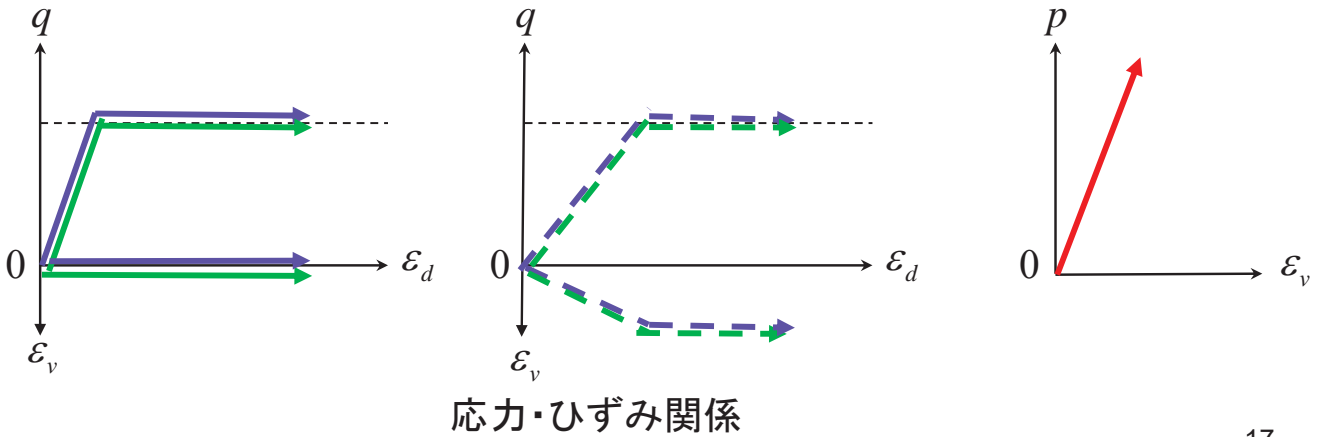
降伏関数と塑性ひずみ増分方向

Prandtl-Reuss 式 (2/2)

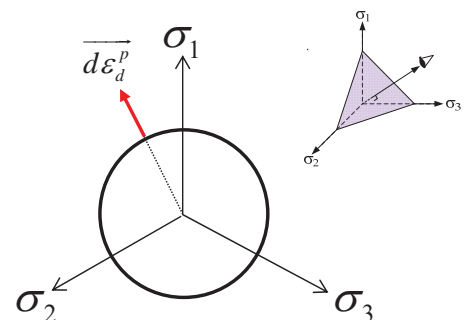
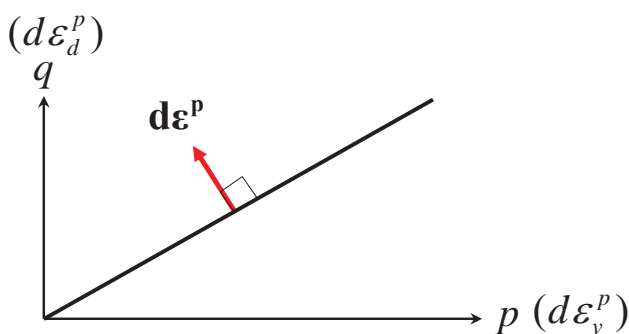
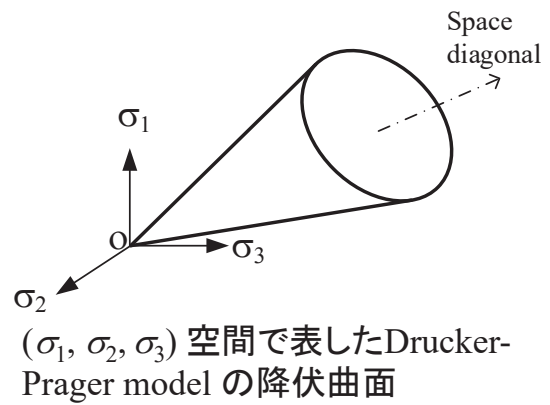
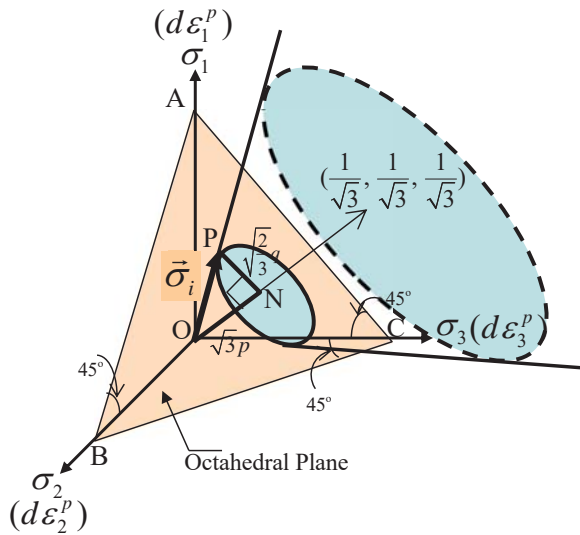
$$f = F(\sigma_{ij}) - H = q - c = 0$$



$$\begin{cases} d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p & \text{if } f = q - c = 0 \text{ \& } df = 0 \\ d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e & \text{otherwise} \end{cases}$$

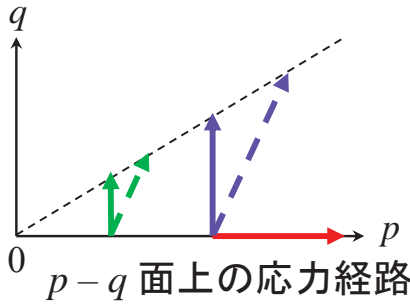


Drucker-Prager モデル (1/2)



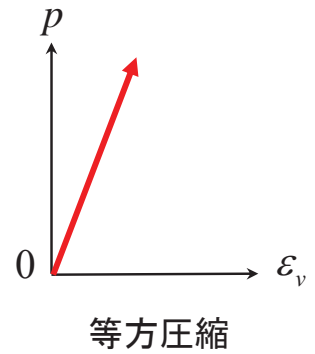
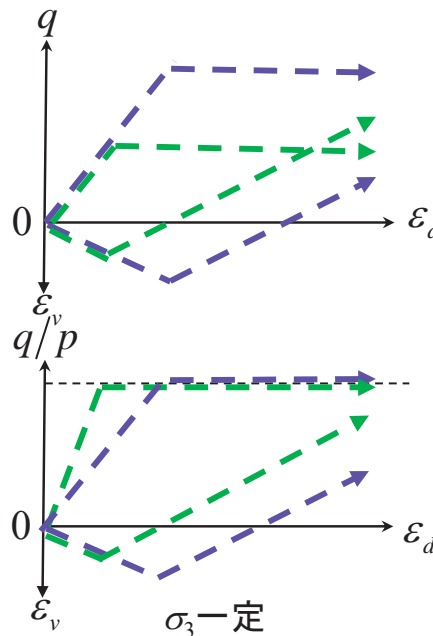
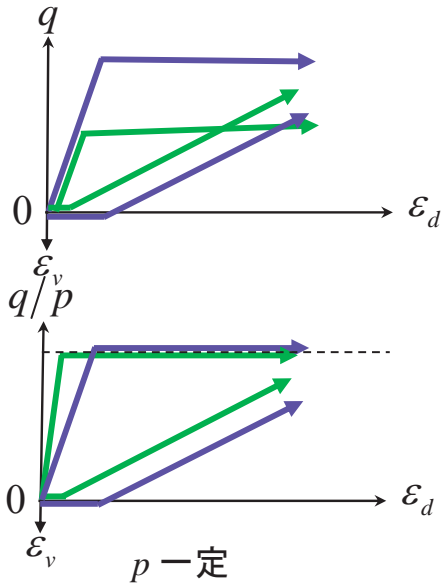
降伏関数と塑性ひずみ増分方向

Drucker-Prager モデル(2/2)



$$f = F(\sigma_{ij}) - H = q/p - c = 0$$

$$\begin{cases} d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p & \text{if } f = q/p - c = 0 \text{ \& } df = 0 \\ d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e & \text{otherwise} \end{cases}$$



応力・ひずみ関係

Mohr-Coulomb モデル

$$f = F(\sigma_{ij}) - H = \frac{\sigma_1}{\sigma_3} - \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} = 0$$

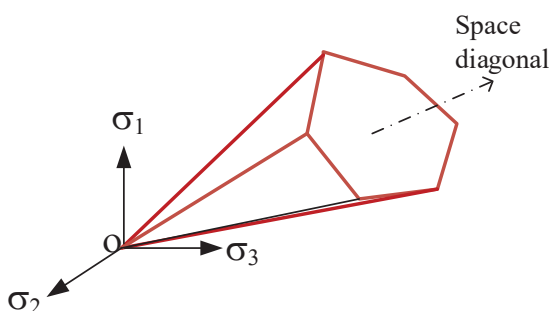
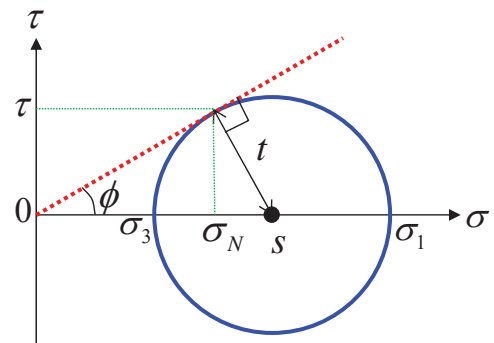
or

$$f = F(\sigma_{ij}) - H = \frac{t}{s} - \sin \phi = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3} - \sin \phi = 0$$

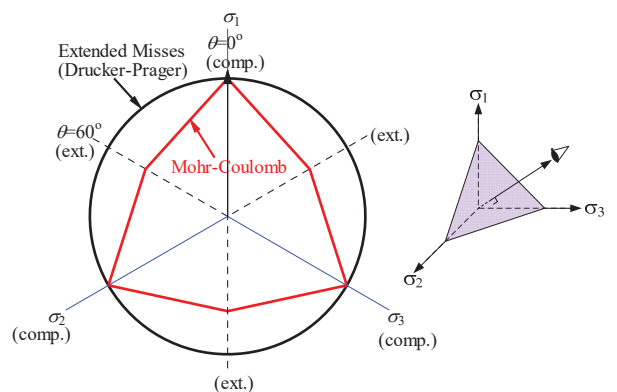
or

$$f = F(\sigma_{ij}) - H = \frac{\tau}{\sigma_N} - \tan \phi = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_3}} - \sqrt{\frac{\sigma_3}{\sigma_1}} \right) - \tan \phi = 0$$

$$\begin{cases} d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p & \text{if } f = \sigma_1/\sigma_3 - c = 0 \text{ \& } df = 0 \\ d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e & \text{otherwise} \end{cases}$$



$(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ 空間で表したMohr-Coulomb model の降伏曲面



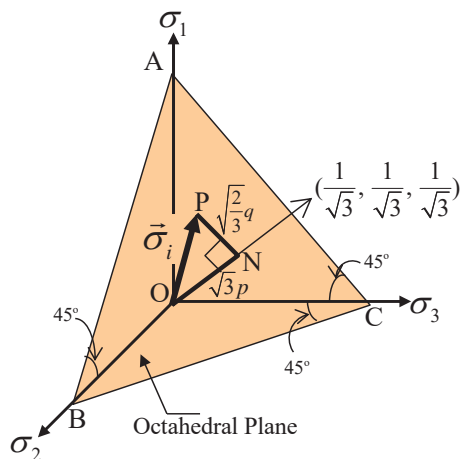
正8面体面上のDrucker-Prager model およびMohr-Coulomb model の降伏曲面

Cam clay model

- e.g.
 Original Cam clay model
 Modified Cam clay model
 Sekiguchi-Ohta model (inviscid)

Cam clay parameter

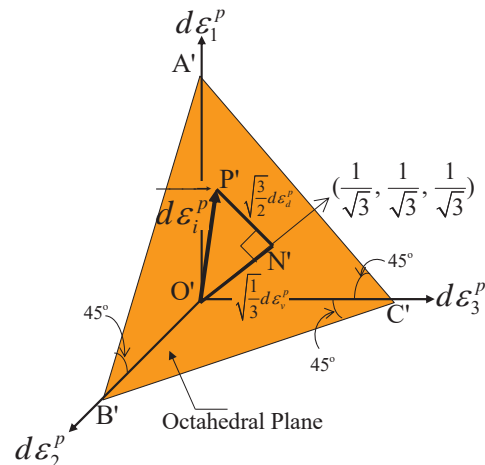
応力パラメータ



$$p = \sqrt{\frac{1}{3}} \overline{ON} = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$$

$$q = \sqrt{\frac{3}{2}} \overline{NP} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$

塑性ひずみ増分パラメータ



$$d \epsilon_v^p = \sqrt{3} \overline{O'N'} = d \epsilon_1^p + d \epsilon_2^p + d \epsilon_3^p$$

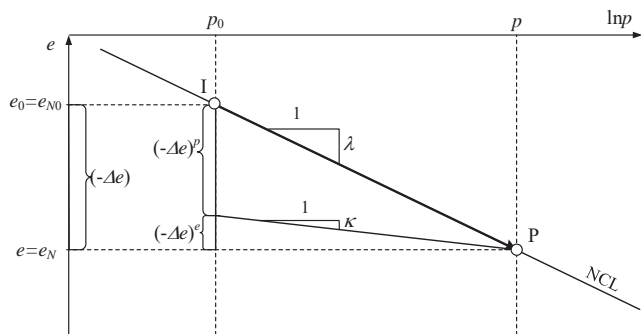
$$d \epsilon_d^p = \sqrt{\frac{2}{3}} \overline{N'P'} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(d \epsilon_1^p - d \epsilon_2^p)^2 + (d \epsilon_2^p - d \epsilon_3^p)^2 + (d \epsilon_3^p - d \epsilon_1^p)^2}$$

$$dW^p = \overline{\sigma_i} \cdot d \epsilon_i^p$$

$$= \overline{ON} \cdot \overline{O'N'} + \overline{NP} \cdot \overline{N'P'} \quad (\text{in case of } \overline{NP} // \overline{N'P'})$$

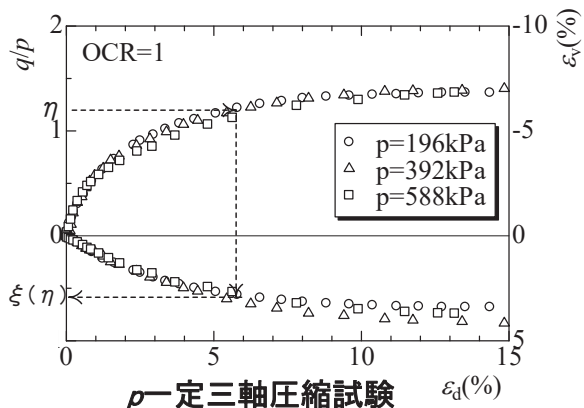
$$= p \cdot d \epsilon_v^p + q \cdot d \epsilon_d^p$$

Cam clay model(着目する正規圧密土の実験事実)



応力比一定時(等方圧縮時)の $e-\ln p$ 関係

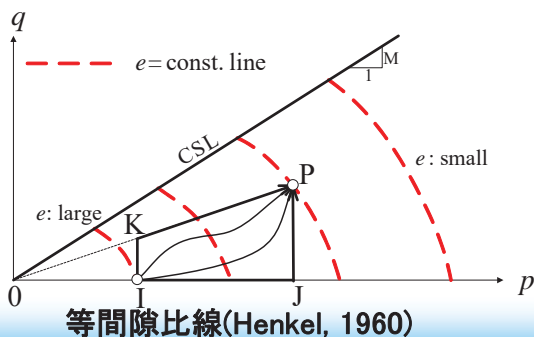
$$(-\Delta e)^p = (-\Delta e) - (-\Delta e)^e = (\lambda - \kappa) \ln \frac{p}{p_0}$$



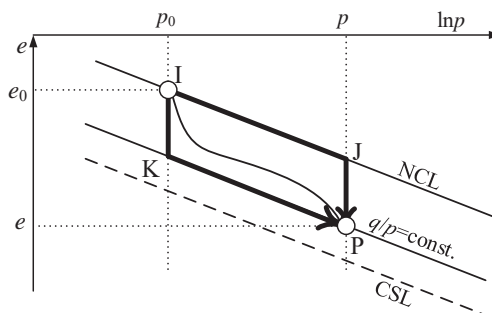
p 一定三軸圧縮試験

$$(-\Delta e)^p = (-\Delta e) = (1 + e_0) \varepsilon_v = (1 + e_0) \xi(\eta)$$

ここに、 $\eta = q/p$ で $\xi(\eta)$ は $\xi(0) = 0$ となる増加関数

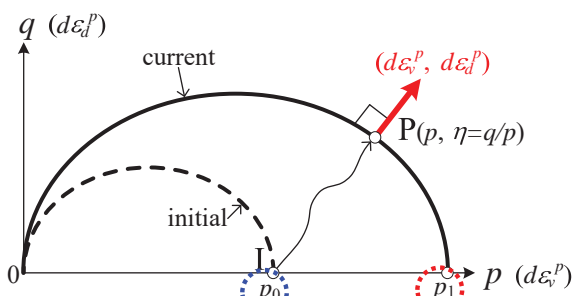


等間隙比線(Henkel, 1960)



応力比一定と平均応力一定を組み合わせた経路下での間隙比(e) $\sim \ln p$ 関係

1次元モデルからCam clay modelへ-定式化(1/2)



降伏曲面と塑性ひずみ増分方向

$$\begin{aligned} (-\Delta e)^p &= (-\Delta e)^p \Big|_{\eta=\text{const.}} + (-\Delta e)^e \Big|_{p=\text{const.}} \\ &= (\lambda - \kappa) \ln \frac{p}{p_0} + (1 + e_0) \xi(\eta) \\ &= (\lambda - \kappa) \left\{ \ln \frac{p}{p_0} + \zeta(\eta) \right\} \\ &= (\lambda - \kappa) \ln \frac{p_1}{p_0} \quad \left(\text{where } \zeta(\eta) = \frac{1 + e_0}{\lambda - \kappa} \xi(\eta) \right) \\ &\quad p_1 = p \cdot \exp \{ \zeta(\eta) \} \end{aligned}$$

●降伏関数(塑性ポテンシャル)

$$f = F(p, \eta = q/p) - H((-\Delta e)^p) = 0$$

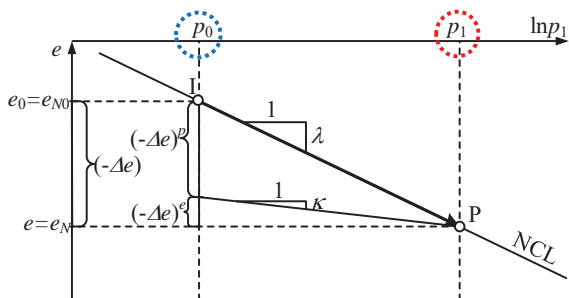
$$\begin{cases} F = \ln \frac{p_1}{p_0} = \left\{ \ln \frac{p}{p_0} + \zeta(\eta) \right\} \\ H = \frac{(-\Delta e)^p}{\lambda - \kappa} = \frac{1 + e_0}{\lambda - \kappa} \varepsilon_v^p \end{cases}$$

($\zeta(\eta)$: $\zeta(0) = 0$ を満たす単調増加関数)

●流れ則

$$d\varepsilon_{ij}^p = \Lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}$$

(降伏曲面 F に直行することを意味する)

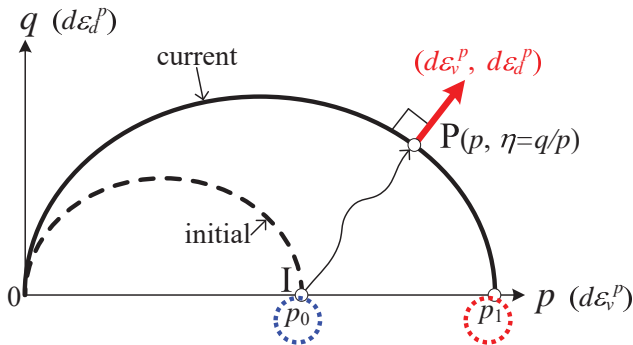


間隙比(e) $\sim \ln p_1$ 関係

1次元モデルからCam clay modelへー定式化(2/2)

•降伏関数(塑性ポテンシャル)

$$F = H \text{ or } f = F - H = 0$$



$$\begin{cases} F = \ln \frac{p_1}{p_0} = \ln \frac{p}{p_0} + \zeta(\eta) \\ H = \frac{(-\Delta e)^p}{\lambda - \kappa} = \frac{1 + e_0}{\lambda - \kappa} \varepsilon_v^p \end{cases}$$

↓ ← 適応条件 : $df = 0$

•流れ則

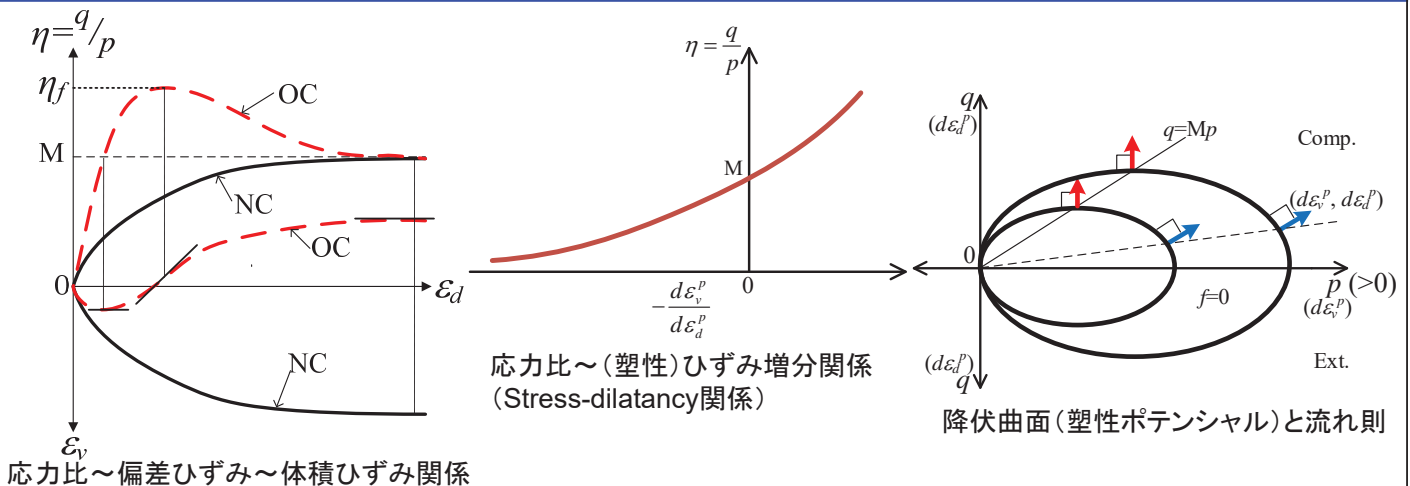
$$d\varepsilon_{ij}^p = \Lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}$$

$$\Lambda = \frac{dF}{\frac{1+e_0}{\lambda-\kappa} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{kk}}} = \frac{dF}{h^p} \quad (\text{where } dF = \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij})$$

$$\begin{aligned} df &= dF - dH = dF - \frac{\partial H}{\partial \varepsilon_{ij}^p} d\varepsilon_{ij}^p \\ &= dF - \frac{\partial H}{\partial \varepsilon_{ij}^p} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \Lambda \\ &= dF - \frac{1+e_0}{\lambda-\kappa} \delta_{ij} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \Lambda \\ &= dF - \frac{1+e_0}{\lambda-\kappa} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ii}} \Lambda = 0 \end{aligned}$$

25

応力ひずみ関係、Stress-dilatancy式、降伏関数間の関係

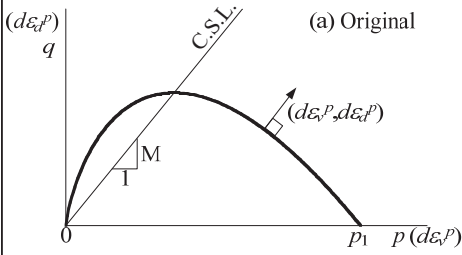


- 応力比~ひずみ関係は、過圧密比が同じであれば拘束応力の影響を受けない
- 正規圧密土では、応力比の増加に伴い $d\varepsilon_v/d\varepsilon_d$ が小さくなり、 $q/p=M$ で体積ひずみ増分がゼロ ($d\varepsilon_v/d\varepsilon_d=0$) となる完全塑性状態(限界状態)になる
- ひずみ硬化後ひずみ軟化する過圧密土でも、 $q/p=M$ となる応力状態(ひずみ硬化中および限界状態)では正規圧密土同様 $d\varepsilon_v/d\varepsilon_d=0$ となる
- 過圧密土でも応力比の増加に伴い $d\varepsilon_v/d\varepsilon_d$ が小さくなり、ピーク強度で $-d\varepsilon_v/d\varepsilon_d$ が最急勾配になる
- これらの実験事実から応力比~(塑性)ひずみ増分比間に拘束応力、密度に依存しないユニークな関係が成り立つ(これをstress-dilatancy式と呼ぶ)
- 関連流れ則と直交則より、降伏曲面は原点を固定した相似形で描くことができる

26

original Cam clay modelとmodified Cam clay model

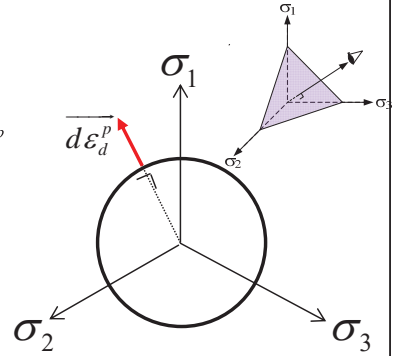
$$\zeta(\eta) = \frac{1}{M} \eta \quad (\text{original})$$



(a) Original

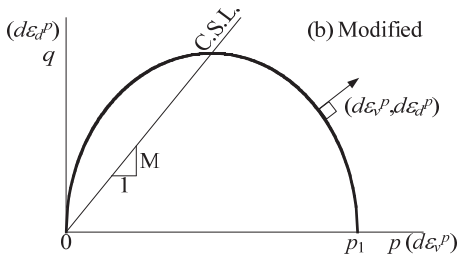
$$\eta = q/p$$

$$\frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_d^p} = M - \eta$$



Octahedral plane上の塑性せん断ひずみ増分方向

$$\zeta(\eta) = \ln \frac{M^2 + \eta^2}{M^2} \quad (\text{modified})$$



(b) Modified

$$\eta = q/p$$

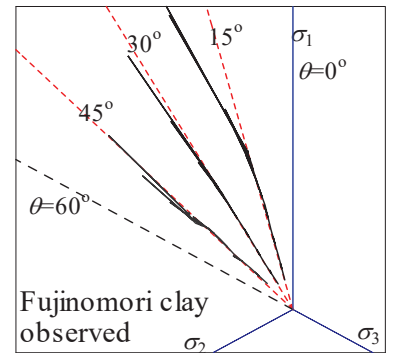
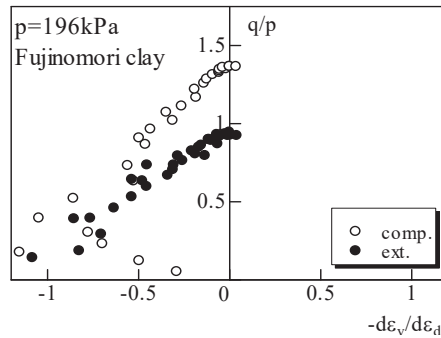
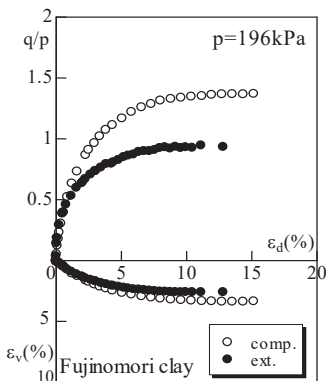
$$\frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_d^p} = \frac{M^2 - \eta^2}{2\eta}$$

p - q 面で表した Cam clay modelの降伏曲面

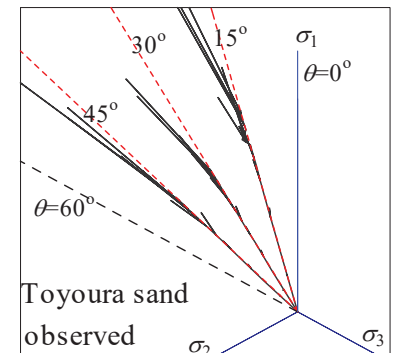
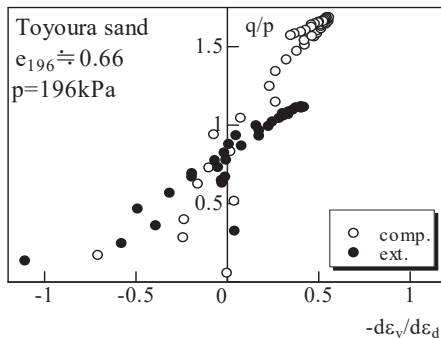
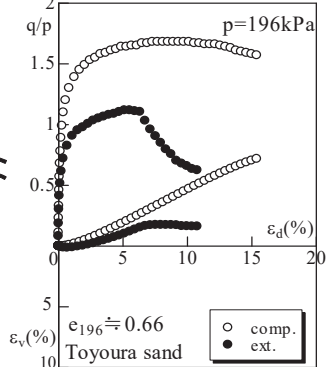
Cam clay modelの応力比-塑性ひずみ増分関係式 (ストレス-ダイレイタンス式)

既往の応力およびひずみ増分パラメーターによる実測値の整理

正規
圧密
粘土



密な
砂



三軸圧縮(comp.)および伸張(ext.)試験の応力-ひずみ関係

三軸圧縮(comp.)および伸張(ext.)試験の応力比-ひずみ増分関係

3主応力制御試験の Octahedral plane 上のせん断ひずみ増分方向

Cam clay modelの計算例

Expression of elastoplastic model:

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p$$

$$\left\{ \begin{aligned} d\varepsilon_{ij}^e &= \frac{1+\nu_e}{E_e} d\sigma_{ij} - \frac{\nu_e}{E_e} d\sigma_{mm} \delta_{ij} = C_{ijkl}^e d\sigma_{kl}, & E_e &= \frac{3(1-2\nu_e)(1+e_0)p}{\kappa} \\ d\varepsilon_{ij}^p &= \Lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} = \Lambda \left(\frac{\partial F}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial \sigma_{ij}} + \frac{\partial F}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial \sigma_{ij}} \right), & \Lambda &= \frac{dF}{1+e_0} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{kk}} = \frac{dF}{h^p} \end{aligned} \right. \quad (\text{where } dF = \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij})$$

Loading condition:

$$\left\{ \begin{aligned} d\varepsilon_{ij}^p &\neq 0 & \text{if } f = 0 \text{ \& } \Lambda = \frac{dF}{h^p} > 0 \\ d\varepsilon_{ij}^p &= 0 & \text{otherwise} \end{aligned} \right.$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} &= \frac{\partial F}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial \sigma_{ij}} + \frac{\partial F}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial \sigma_{ij}} + \zeta'(\eta) \frac{\partial \eta}{\partial \sigma_{ij}} \\ \frac{\partial p}{\partial \sigma_{ij}} &= \frac{1}{3} \delta_{ij} \\ \frac{\partial \eta}{\partial \sigma_{ij}} &= \frac{1}{p} \frac{\partial q}{\partial \sigma_{ij}} - \frac{\eta}{p} \frac{\partial p}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{1}{p} \left(\frac{3}{2} \frac{\eta_{ij}}{\eta} - \eta \frac{\delta_{ij}}{3} \right) \end{aligned}$$

(where $\eta_{ij} = \frac{s_{ij}}{p} = \frac{\sigma_{ij} - p\delta_{ij}}{p}$)

Material parameters of Cam clay model:

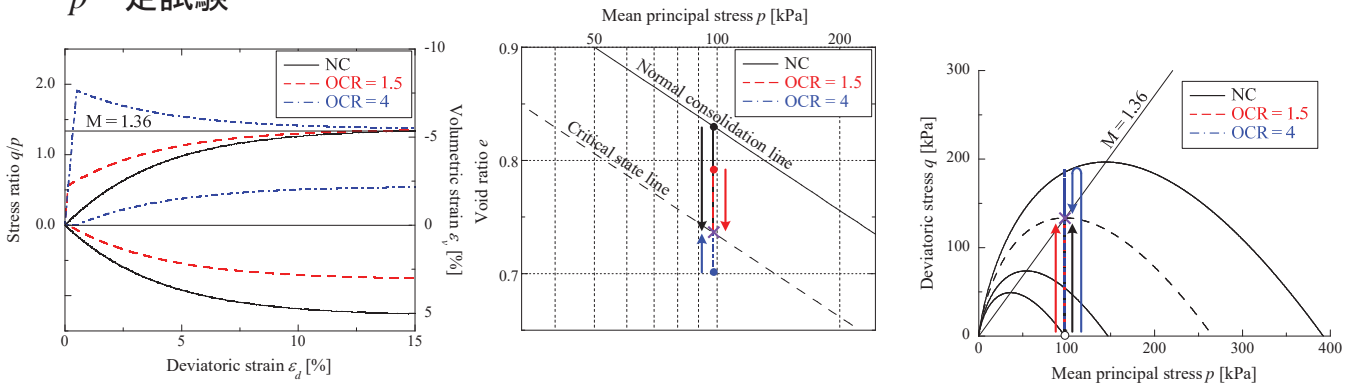
λ	0.104
κ	0.010
N (e_N at $p = 98\text{kPa}$)	0.83
$R_{CS} = (\sigma_1/\sigma_3)_{CS} \text{ (comp.)}$	3.5
ν_e	0.2

$$M = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + 2\sigma_3} \Big|_{\text{at CS(comp)}} = \frac{3(R_{CS} - 1)}{R_{CS} + 2}$$

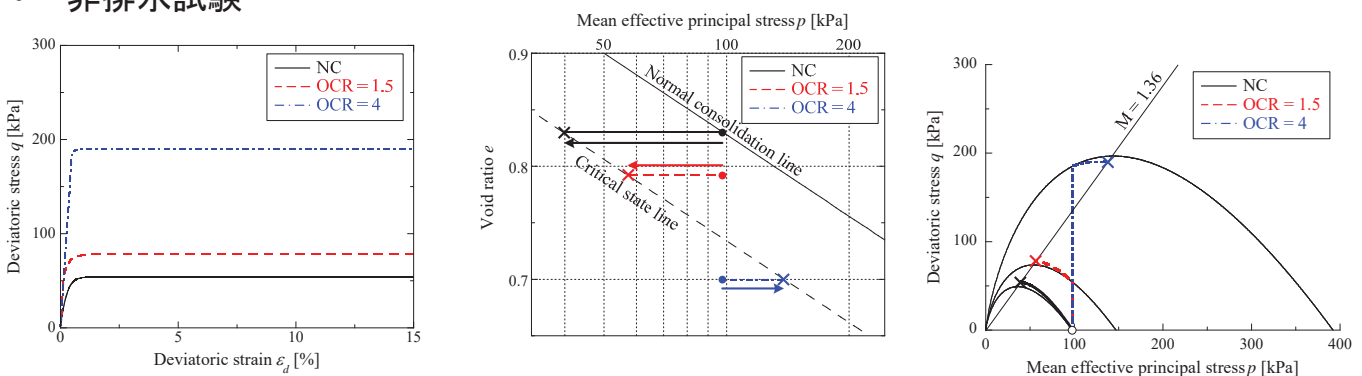
29

Original Cam clay model によるシミュレーション

• p 一定試験

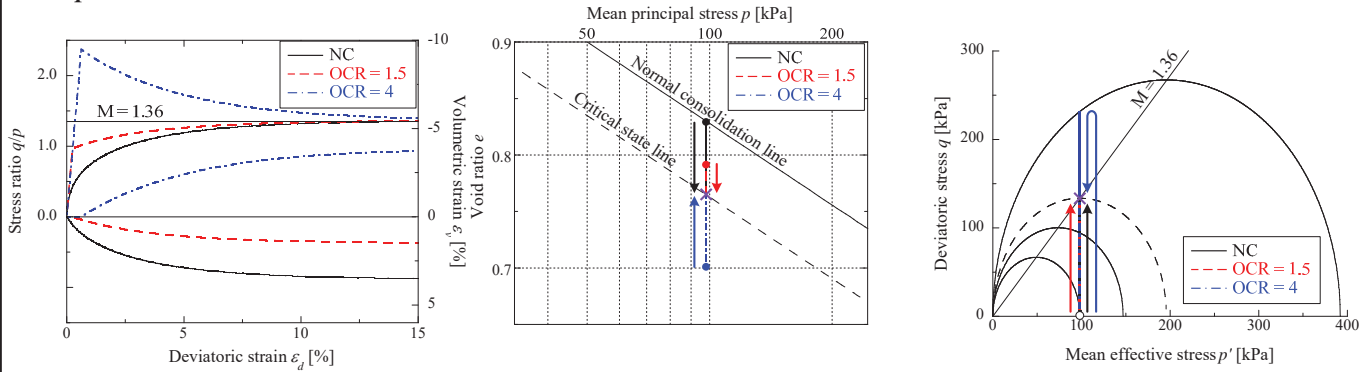


• 非排水試験

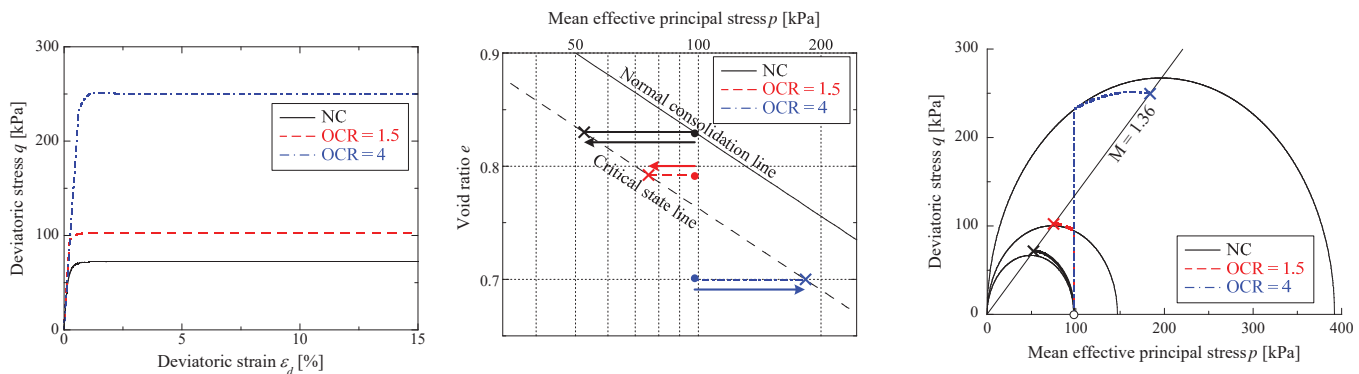


Modified Cam clay modelによるシミュレーション

• p 一定試験



• 非排水試験

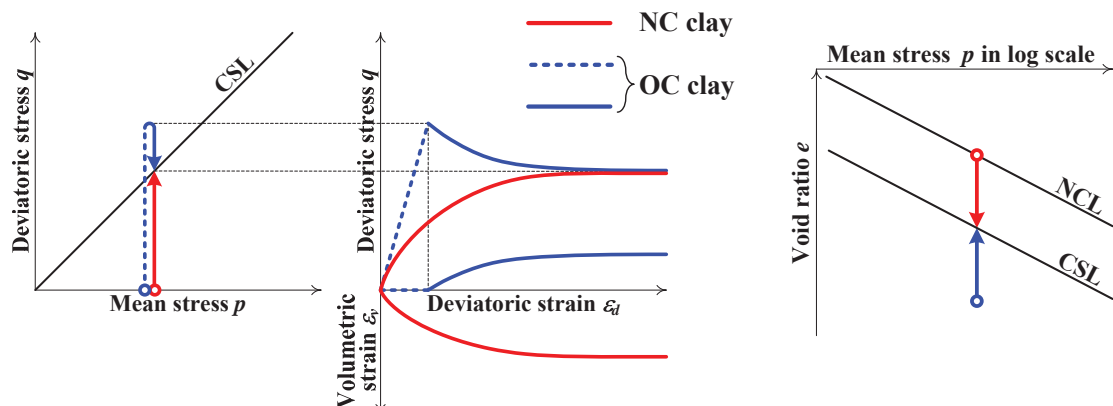


31

Cam clay modelの特徴

Cam clay model (e.g., Schofield and Wroth, 1968) は実際の地盤の変形解析に曲がりなりにも適用できた最初の弾塑性モデルといえる。Cam clay model は特に次の点で地盤材料の特徴を記述できる。

- ▶ せん断と圧密の両挙動を同じ考え方で説明。
- ▶ 限界状態線の存在 (せん断するとはじめは違っていても最後は同じ)
- ▶ 負のダイレイタンス (体積圧縮) を伴うひずみ硬化挙動と正のダイレイタンス (体積膨張) を伴うひずみ軟化挙動



Cam clay modelによるせん断時の土の応力～ひずみ挙動の応答

32

Cam clay model の特徴(続き)

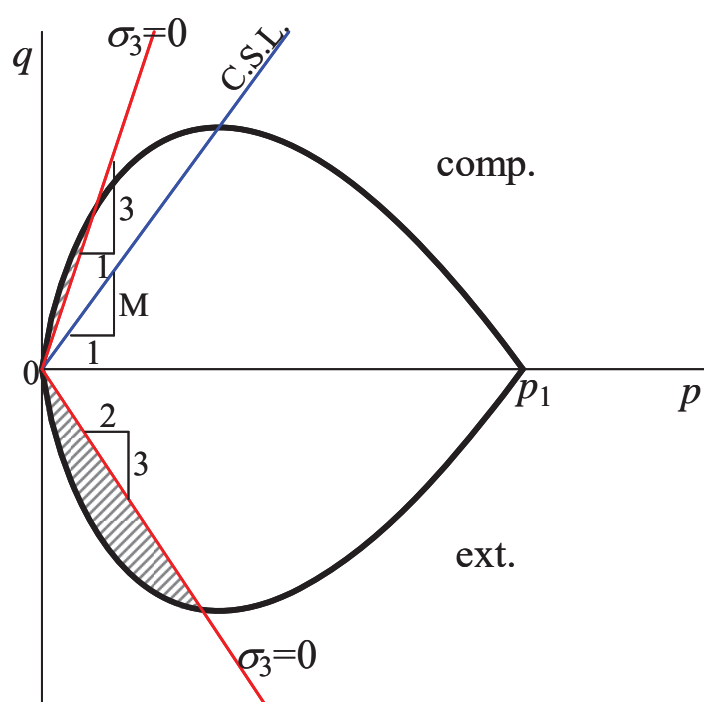
Cam clay model はシンプル(材料パラメーターの数が少なく、材料パラメーターの意味が明確)。しかし、次に示す地盤材料の典型的な力学特性を考慮出来ない(半世紀以上前のモデルだからこれは当然)。

- (1) 中間主応力が変形・強度特性におよぼす影響
- (2) ひずみ増分方向におよぼす応力増分方向の影響
- (3) ひずみ硬化中の正のダイレイタンス
- (4) 応力誘導異方性と繰返し载荷時の挙動
- (5) 堆積過程で生じる固有異方性
- (6) 変形・強度特性におよぼす密度(間隙比)や拘束応力の影響
- (7) 自然堆積粘土等に見られる構造の発達した土の挙動
- (8) 時間効果特性すなわちレオロジー特性
- (9) 温度効果特性
- (10) 不飽和土の挙動

これらの特徴を適切に説明できるモデルは実際の地盤応力・変形解析に信頼性を持って適用可能となる。後で述べる t_{ij} のconceptは(1)中間主応力の影響をその物理的意味を含め合理的に説明するものである。

33

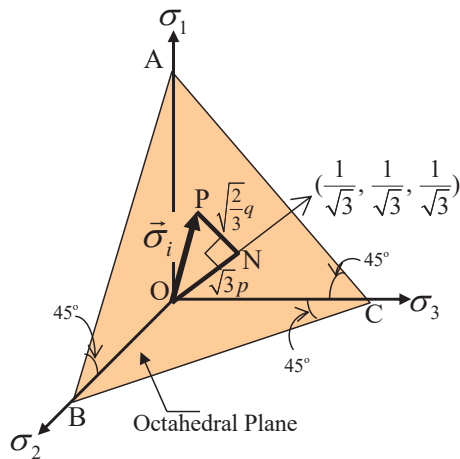
(p, q) 平面上のoriginal Cam clay modelの降伏曲面



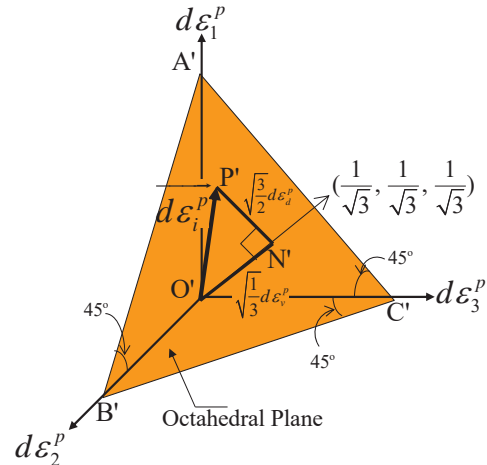
34

Cam clay parameter

応力パラメータ



塑性ひずみ増分パラメータ

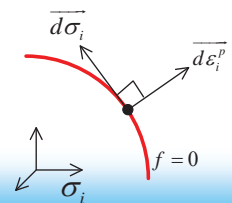


$$\begin{cases} p = \sqrt{\frac{1}{3}} \overline{ON} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \\ q = \sqrt{\frac{3}{2}} \overline{NP} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} d\varepsilon_v^p = \sqrt{3} \overline{O'N'} = d\varepsilon_1^p + d\varepsilon_2^p + d\varepsilon_3^p \\ d\varepsilon_d^p = \sqrt{\frac{2}{3}} \overline{N'P'} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(d\varepsilon_1^p - d\varepsilon_2^p)^2 + (d\varepsilon_2^p - d\varepsilon_3^p)^2 + (d\varepsilon_3^p - d\varepsilon_1^p)^2} \end{cases}$$

・塑性仕事増分 $dW^p = \sigma_i \cdot d\varepsilon_i^p = \overline{ON} \cdot \overline{O'N'} + \overline{NP} \cdot \overline{N'P'}$ (in case of $\overline{NP} // \overline{N'P'}$)
 $= p \cdot d\varepsilon_v^p + q \cdot d\varepsilon_d^p$

・直交則 $d\sigma_i d\varepsilon_i^p = dp \cdot d\varepsilon_v^p + dq \cdot d\varepsilon_d^p = 0$



35

Cam clay modelの元々の誘導過程

Taylor (1948)によるエネルギー補正式

$$\begin{aligned} dW^p &= \sigma_{1f} d\varepsilon_{1f}^p + \sigma_{2f} d\varepsilon_{2f}^p + \sigma_{3f} d\varepsilon_{3f}^p \\ &= q_f d\varepsilon_d^p + p d\varepsilon_v^p = q_r d\varepsilon_d^p \end{aligned}$$

↓ (拡大解釈)

$$q d\varepsilon_d^p + p d\varepsilon_v^p = q_r d\varepsilon_d^p = M p d\varepsilon_d^p$$

↓

$$\frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_d^p} = M - \frac{q}{p} \quad (\text{original})$$

↓

(直交則: $d\varepsilon_v^p dp + d\varepsilon_d^p dq = 0$)

$$-\frac{dq}{dp} = M - \frac{q}{p}$$

↓

(微分方程式を解く)

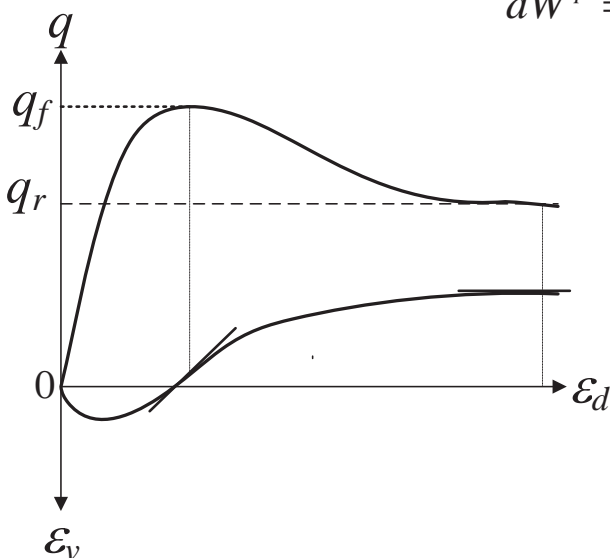
$$\frac{\eta}{M} + \ln p = \ln p_1 \quad (\eta = q/p)$$

↓

$$\left(\varepsilon_v^p = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \ln \frac{p_1}{p_0} \right)$$

$$f = \left(\ln \frac{p}{p_0} + \frac{\eta}{M} \right) - \frac{1 + e_0}{\lambda - \kappa} \varepsilon_v^p = 0$$

36



in case of modified model

$$q d\varepsilon_d^p + p d\varepsilon_v^p = \sqrt{(M p d\varepsilon_d^p)^2 + (p d\varepsilon_v^p)^2}$$