

## 7. 3 主応力条件下での材料特性のモデル化

中井 照夫 (なかい てるお)

名古屋工業大学大学院教授 工学研究科

## 7.1 はじめに

これまでの章で Cam clay model<sup>1)</sup>の特徴と問題点を説明するとともに Cam clay model では説明出来ない諸特性(クリープ・応力緩和・速度効果等の時間効果特性, 繰返し載荷特性とその源である応力誘導異方性, 年代効果や堆積環境による自然堆積土の力学特性, 軟岩の力学特性)のモデル化について解説がなされてきた。さて, これらの諸特性に加えて地盤材料が他の弾塑性材料(例えば金属材料)と異なるのは中間主応力の影響である。これは三軸圧縮条件下で決めた材料パラメーターで他の応力条件(三軸伸張条件下や平面ひずみ条件下, 相異なる3主応力下)の地盤材料の変形・強度の予測が可能かということである。そうでないと, 三軸圧縮条件下でいくら精巧なモデルを作っても地盤の変形・破壊予測を十分な精度で行えないことになる。しかし, 一部のモデルを除いて中間主応力の影響にはあまり注意が払われていないのが現状である。また, これまで1次元圧密を扱う1次元モデルと多次元変形を扱う多次元モデルは別物として開発されてきた(多次元の構成モデルを使って1次元境界値問題を解くことはある)。本章では, 1次元で開発されたモデルでも, 容易に中間主応力を適切に考慮できる3次元モデルに拡張できる考え方を一番簡単な正規圧密土を例に解説する。また, 1次元のモデルで正規圧密土以外の諸特性(例えば自然堆積土特有の特性や時間効果特性)のモデル化について説明するとともに, ここでの3次元下の方法を使えばこれらの1次元モデルも同様に3次元化をはかれることを示す。なお, 本章の解説は第2章(本年度4月号)の内容を前提に話を進める。

## 7.2 3主応力条件下のモデルの構築

第2章では, Cam clay model が1次元状態の正規圧密土の  $e-\ln \sigma$  の直線関係を応力パラメーター  $(p, q)$  使って3次元化したものであることを示した。本節はこのようにして3次元化したモデルの問題点を示すとともに, その問題点を解消する3次元モデル化の方法を説明する。

7.2.1 応力パラメーター  $(p, q)$  で定式化したモデルの問題点

第2章2.5で示した Cam clay model では平均応力  $p$  および偏差応力  $q$  を使って降伏関数を作り,  $\sigma_{ij}$  空間で

流れ則を仮定するので, 中間主応力の大きさにかかわらず応力比  $(q/p)$  と塑性ひずみ増分比  $(-d\varepsilon_v/d\varepsilon_d)$  間にユニークな関係式が成り立つことが前提になる。ここに,  $d\varepsilon_v$  は塑性体積ひずみ増分  $d\varepsilon_d$  は塑性偏差ひずみ増分を表す。

図-7.1のプロットは正規圧密土の三軸圧縮 ( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ ) および三軸伸張 ( $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$ ) 条件下の平均主応力一定試験結果の応力~ひずみ~ダイレイタンスー関係を, 図-7.2は応力比~ひずみ増分比関係を, Cam clay model の応力およびひずみ増分パラメーターで整理したものである。同図より,  $(p, q)$  を用いた3次元モデルでは中間主応力の影響を適切に評価できないことが判る。ここに, ひずみは塑性成分ではなく全ひずみで整理しているが, せん断過程では弾性成分は小さいので塑性成分も同じ特性を示す。また, 図-7.3は相異なる3主応力条件下 ( $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ ) の正八面体面上のせん断ひずみ増分方向の実測値を示す。ここに, 三軸圧縮条件では  $\theta = 0^\circ$ , 三軸伸張条件では  $\theta = 60^\circ$  である。同図より, 相異

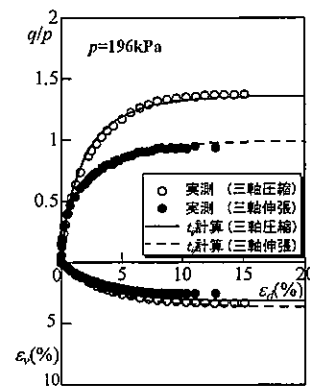


図-7.1 正規圧密粘土の三軸圧縮および伸張試験結果と  $t_{ij}$  モデルによる解析結果

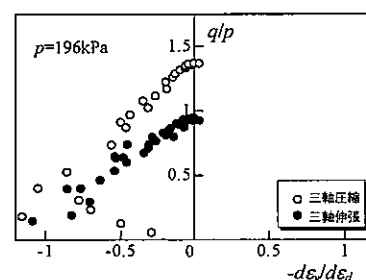


図-7.2 三軸圧縮および伸張試験条件下の正規圧密粘土の応力比  $(q/p)$  ~ ひずみ増分比  $(-d\varepsilon_v/d\varepsilon_d)$  関係

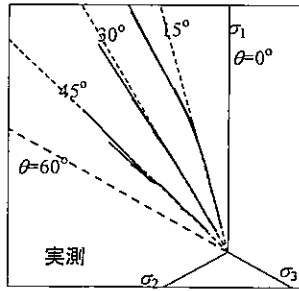


図-7.3 正規圧密粘土の3主応力制御試験(平均主応力一定)の正八面体面上の応力経路とひずみ増分方向

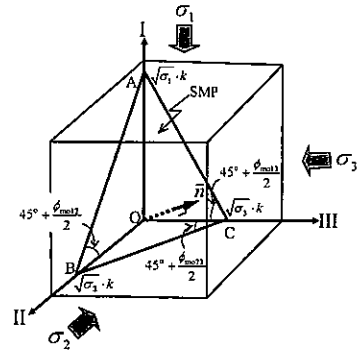


図-7.4 3次元空間における空間滑動面(SMP)

なる3主応力下 ( $0^\circ < \theta < 60^\circ$ ) では、応力比が大きくなるに従いせん断ひずみ増分方向がせん断応力方向(半径方向)から左側にずれることが判る。一方、第2章図-2.15に示したように Cam clay 型のモデルでは降伏関数の形は正八面体面上では円形になるので、その直角方向(塑性ひずみ増分方向)は半径方向になり、図-7.3に示すズレは表現できない。

7.2.2 修正応力  $t_{ij}$  と応力パラメーター ( $t_N, t_S$ )<sup>2)</sup>

Cam clay 型のモデルでは正八面体に着目した応力パラメーターを使って定式化しているが、ここでは図-7.4に示す空間滑動面(spatially mobilized plane; SMP)<sup>3)</sup>に着目した修正応力  $t_{ij}$  を用いた3次元弾塑性モデルの定式化を説明する<sup>2)</sup>。同図の I, II, III軸は3次元空間における3主応力の作用方向を表し、空間活動面(SMP)は面 ABC で与えられる。ここに、辺 AB, BC, AC は図-7.5から判るように、各2主応力間でせん断・垂直応力比が最大となる面である。最大・最小主応力 ( $\sigma_1, \sigma_3$ ) 間でせん断・垂直応力比が最大となる面 AC を村山は最大滑動面<sup>4)</sup>と、三つの滑動面 (AB, BC, AC) を総称して松岡は複合滑動面<sup>5)</sup>と名付けた。さて、SMP の I, II, III軸の切片は図に示すように、 $\sqrt{\sigma_1} : \sqrt{\sigma_2} : \sqrt{\sigma_3}$  の割合になる。したがって、正八面体面と異なり、応力比の変化に伴い SMP の傾きは変化する。その結果、SMP の法線方向の単位ベクトル(方向余弦)  $a_i$  ( $i=1, 2, 3$ ) は3主応力を使って

$$a_1 = \sqrt{\frac{I_3}{I_2\sigma_1}}, \quad a_2 = \sqrt{\frac{I_3}{I_2\sigma_2}}, \quad a_3 = \sqrt{\frac{I_3}{I_2\sigma_3}}$$

(where  $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 1$ ) ..... (7.1)

と表される。 $I_2, I_3$  は2次, 3次の応力の不変量。

上式の単位ベクトルを主値とする対称テンソル  $a_{ij}$  を使って、修正応力  $t_{ij}$  とその主値は次式で表せる。なお、 $a_{ij}$  は  $\sigma_{ij}$  と共軸なので  $t_{ij}$  も  $\sigma_{ij}$  と共軸な対称テンソルとなる。

$$t_{ij} = a_{ik} \sigma_{kj} \quad \text{..... (7.2)}$$

$$t_1 = a_1 \sigma_1, \quad t_2 = a_2 \sigma_2, \quad t_3 = a_3 \sigma_3 \quad \text{..... (7.3)}$$

さて、修正応力  $t_{ij}$  を用いた3次元化では Cam clay 型の通常の弾塑性モデルでは主応力空間の主応力ベクトルの正八面体面に垂直な成分および平行な成分 ( $p, q$ ) を応力パラメーター(第2章図-2.8; 式(2.35))として

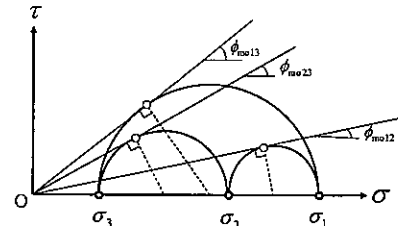


図-7.5 3主応力下のモール円と  $\phi_{mol12}, \phi_{mol23}, \phi_{mol13}$

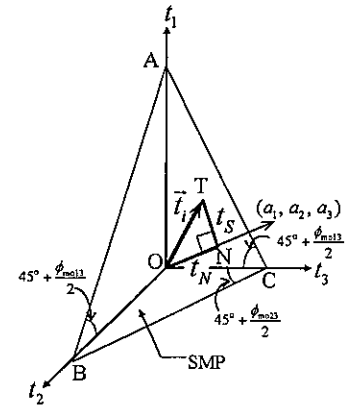


図-7.6  $t_{ij}$  model で使われる応力パラメーターの説明

弾塑性モデルが組立てられるが、修正応力  $t_{ij}$  の基づくモデル化では図-7.6に示すように修正応力  $t_{ij}$  の SMP に垂直な成分および平行な成分 ( $t_N, t_S$ ) を応力パラメーターとして定式化する。ここに、( $t_N, t_S$ ) は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} t_N &= \overline{ON} = t_1 a_1 + t_2 a_2 + t_3 a_3 = t_{ij} a_{ij} \\ t_S &= \overline{NT} = \sqrt{(t_1 a_2 - t_2 a_1)^2 + (t_2 a_3 - t_3 a_2)^2 + (t_3 a_1 - t_1 a_3)^2} \\ &= \sqrt{t_{ij} t_{ij} - (t_{ij} a_{ij})^2} \quad \text{..... (7.4)} \end{aligned}$$

また、通常のモデルのひずみ増分パラメーター ( $d\epsilon_v, d\epsilon_d$ ) に対応する  $t_{ij}$  のモデル化で定義されるひずみ増分パラメーター ( $d\epsilon_N^*, d\epsilon_S^*$ ) も主ひずみ増分ベクトルの SMP に垂直な成分と平行な成分で与える(図-7.7参照)。

$$\begin{aligned} d\epsilon_N^* &= \overline{O'N'} = d\epsilon_1 a_1 + d\epsilon_2 a_2 + d\epsilon_3 a_3 = d\epsilon_{ij} a_{ij} \\ d\epsilon_S^* &= \overline{N'T'} \\ &= \sqrt{(d\epsilon_1 a_2 - d\epsilon_2 a_1)^2 + (d\epsilon_2 a_3 - d\epsilon_3 a_2)^2 + (d\epsilon_3 a_1 - d\epsilon_1 a_3)^2} \\ &= \sqrt{d\epsilon_{ij} d\epsilon_{ij} - (d\epsilon_{ij} a_{ij})^2} \quad \text{..... (7.5)} \end{aligned}$$

7.2.3 修正応力  $t_{ij}$  によるモデル化

正規圧密土の1次元の  $e-\ln \sigma$  の直線関係を  $t_{ij}$  の概念

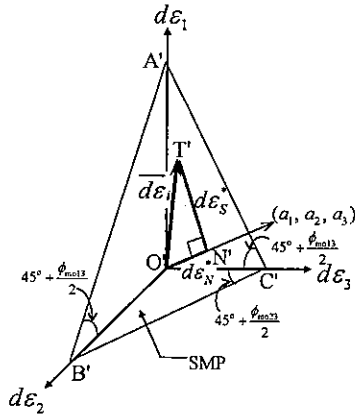


図-7.7  $t_{ij}$  model で使われるひずみ増分パラメーターの説明

を使って3次元化しよう。第2章で述べた正規圧密土の1次元モデルの降伏関数は次式で与えられる。

$$f = F - H = 0 \text{ or } F = H \quad \dots\dots\dots (7.6)$$

$F$  および  $H$  は応力項と塑性ひずみ項で次式与えられる。

$$F = (\lambda - \kappa) \ln \frac{\sigma}{\sigma_0}, \quad H = (-\Delta e)^p \quad \dots\dots\dots (7.7)$$

ここに、 $\lambda$  は圧縮指数、 $\kappa$  は膨潤指数、 $\sigma_0, \sigma$  は初期および現応力、 $(-\Delta e)^p$  は間隙比変化の塑性成分を表す。

さて、式(7.7)の  $\sigma_0, \sigma$  を  $p_0, p_1$  (初期および現降伏曲面の  $p$  軸上の値で降伏曲面の大きさを表す) に置き換え、 $\sigma_{ij}$  空間で流れ則を仮定すれば Cam clay model が誘導できることは第2章で説明した。 $t_{ij}$  に基づく3次元化では、 $\sigma_0, \sigma$  を図-7.8に示す  $t_{N0}, t_{N1}$  (初期および現降伏曲面の  $t_N$  軸上の値で降伏曲面の大きさを表す) に置き換えて降伏関数をつくり、 $t_{ij}$  空間で流れ則を仮定する。すなわち、

$$f = F(t_N, X = t_s/t_N) - H((-\Delta e)^p) = 0 \quad \dots\dots\dots (7.8)$$

$$F = (\lambda - \kappa) \left\{ \ln \frac{t_N}{t_{N0}} + \zeta(X) \right\} = (\lambda - \kappa) \ln \frac{t_{N1}}{t_{N0}} \quad \dots\dots\dots (7.9)$$

$$H = (-\Delta e)^p = (1 + e_0) \varepsilon_v^p \quad \dots\dots\dots (7.10)$$

で降伏関数を与え ( $\zeta(X)$  は Cam clay model と同じように  $\zeta(0) = 0$  を満たす応力比  $X = t_s/t_N$  の増加関数)、塑性ひずみ増分は次式で計算する。

$$d\varepsilon_{ij}^p = A \frac{\partial F}{\partial t_{ij}} = A \left( \frac{\partial F}{\partial t_N} \frac{\partial t_N}{\partial t_{ij}} + \frac{\partial F}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial t_{ij}} \right) \quad \dots\dots\dots (7.11)$$

適応条件 ( $df = 0$ ) より正のスカラー  $A$  は次式で与えられる。

$$A = \frac{dF}{(1 + e_0) \frac{\partial F}{\partial t_{kk}}} = \frac{dF}{h^p} \quad \left( \text{ここに } dF = \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} \right) \quad \dots\dots\dots (7.12)$$

ここに、 $h^p$  は塑性成分の硬さを表す塑性係数である。また、応力と塑性ひずみ増分の共軸性から図-7.8に示すように  $(d\varepsilon_N^p, d\varepsilon_S^p)$  の軸は  $(t_N, t_S)$  の軸に一致する。その結果、応力比 ( $X = t_s/t_N$ ) ~ 塑性ひずみ増分比 ( $d\varepsilon_N^p/d\varepsilon_S^p$ ) 関係が中間主応力の大きにかかわらず成り立つ。

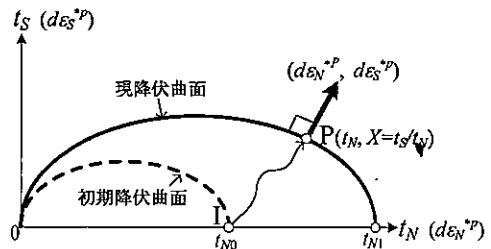


図-7.8  $(t_N, t_S)$  面上で表した  $t_{ij}$  model の降伏曲面と塑性ひずみ増分方向

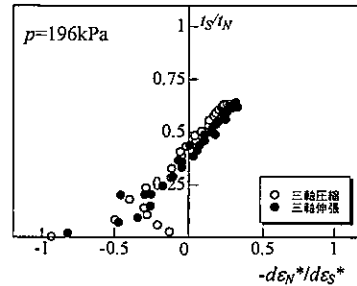


図-7.9 三軸圧縮および伸張試験条件下の正規圧密粘土の応力比 ( $t_s/t_N$ ) ~ ひずみ増分比 ( $-d\varepsilon_N^p/d\varepsilon_S^p$ ) 関係

$$\frac{d\varepsilon_N^p}{d\varepsilon_S^p} = \frac{\frac{\partial F}{\partial t_N} + \frac{\partial F}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial t_N}}{\frac{\partial F}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial t_S}} = \frac{1 - \zeta'(X) \cdot X}{\zeta'(X)} \quad \dots\dots\dots (7.13)$$

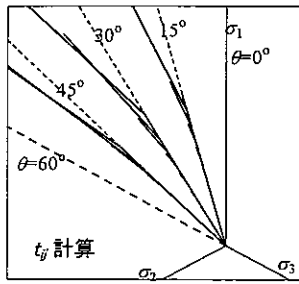
前出の図-7.1の曲線は  $t_{ij}$  の概念を使った正規圧密粘土の応力~ひずみ~ダイレイタンスー関係の計算曲線を示すが、圧縮・伸張の差異を含め実測値をよく説明している。図-7.9は同じ実測値を  $t_{ij}$  の概念に基づく応力比~ひずみ増分比関係で整理したものであるが、図-7.2と異なり、圧縮・伸張にかかわらずユニークな関係になる。言い換えれば、図-7.8に示す関係で描いた降伏曲面の形は中間主応力の影響を受けないことがわかる。また、図-7.10は図-7.3の実測値に対応するせん断ひずみ増分方向の計算結果であるが、実測される方向のズレをよく表現している。なお、計算では式(7.9)の単調増加関数  $\zeta(X)$  を次式で与え<sup>6)</sup>、 $\beta = 1.5$  としている。

$$\zeta(X) = \frac{1}{\beta} \left( \frac{X}{M^*} \right)^\beta \quad (\beta: \text{降伏曲面の形を決める定義}) \quad \dots\dots\dots (7.14)$$

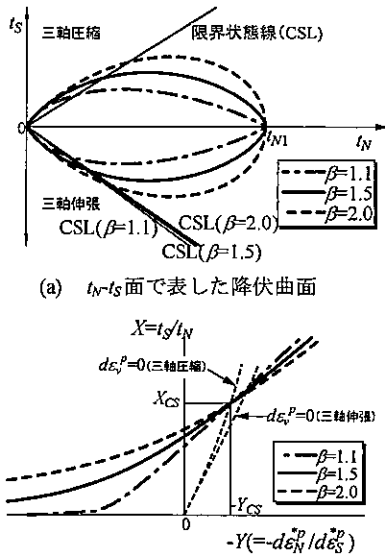
ここに、 $M^*$  は三軸圧縮条件下の限界状態 (critical state) の応力比から求められる<sup>7)</sup>。

図-7.11(a), (b)に  $\beta (\geq 1)$  を変えた降伏曲面 (式(7.8), (7.9)) の形とそれに対応する応力比~塑性ひずみ増分比関係を示す。図-7.12は通常の主応力空間の正八面体面上の限界状態を描いている。限界状態は Mohr-Coulomb 規準に外接する SMP 規準<sup>3)</sup> ( $X = \text{const.}$ ) に比べ伸張側で少し応力比が大きくなる形状となる。

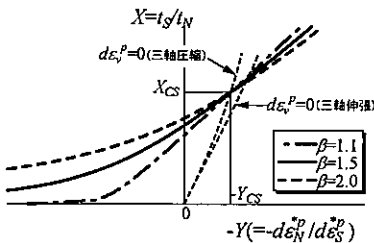
図-7.13(a), (b)は式(7.8), (7.9)で与えられる降伏関数 ( $\beta = 1.5$  の場合) を  $\sigma_{ij}$  の主値空間および  $t_{ij}$  の主値空間で描いたものである。また、(c), (d)図は両主値空間の静水圧軸から見た形状を示している。式(7.11)に示



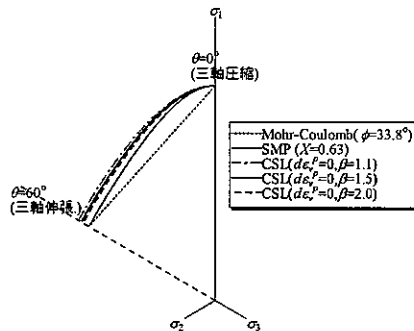
図一7.10 正規圧密粘土の正八面体面上のひずみ増分方向の  $t_{ij}$  model による計算結果



(a)  $t_N$ - $t_S$  面で表した降伏曲面



(b) 応力比 ( $t_S/t_N$ ) ~ 塑性ひずみ増分比 ( $-d\epsilon_N^p/d\epsilon_S^p$ ) 関係  
 図一7.11 パラメータ  $\beta$  を変えた降伏曲面の形状と応力比 ~ 塑性ひずみ増分比関係

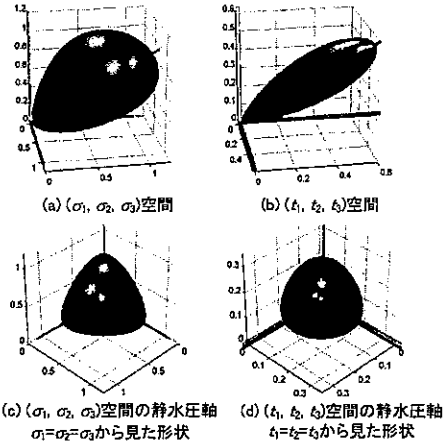


図一7.12 正八面体面上の限界状態線 (CSL), Mohr-Coulomb 規準, SMP 規準

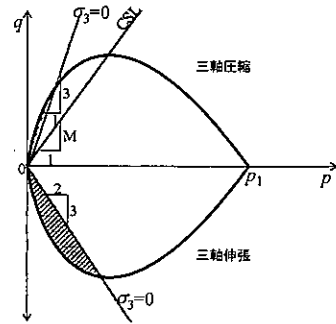
すように、 $t_{ij}$  空間で関連流れ則を仮定しているので塑性ひずみ増分方向は、(a), (c) 図の曲面ではなく、(b), (d) 図の曲面に垂直な方向となる。ここに、(c) 図の形状は図一7.12の SMP 規準と一致するが、(d) 図の  $t_{ij}$  の主値空間でもその形状は(c)図よりも丸みをおびているもののおむすび型の形状となる。その結果、図一7.9の応力比 ~ ひずみ増分比関係の唯一性だけでなく図一7.10に示すせん断ひずみ増分のズレも表現可能となる。

### 7.2.4 修正応力 $t_{ij}$ の意義と意味

$t_{ij}$  の概念は、上述したように相異なる 3 主応力下の土



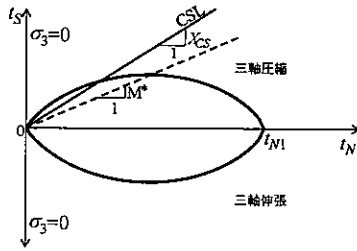
図一7.13  $\sigma_{ij}$  および  $t_{ij}$  の主値空間における降伏関数の形<sup>8)</sup>



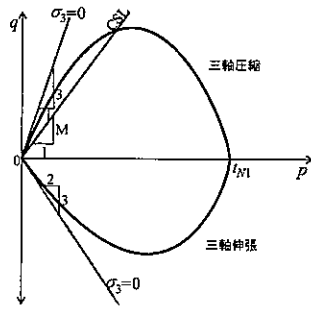
図一7.14  $p$ - $q$  面で表した Cam clay model の降伏曲面と引張り領域

の挙動が統一的に記述できるメリットの他に、境界値問題等の数値解析においても有効であることを紹介する<sup>7)</sup>。図一7.14は三軸圧縮および伸張条件下の Cam clay model (original) の降伏曲面を  $p$ - $q$  平面に描いている。同図の  $\sigma_3=0$  の線は最小主応力がゼロとなる線で、三軸圧縮では  $q/p=3.0$ 、三軸伸張では  $q/p=1.5$  である。したがって、降伏関数の内側のハッチングしている部分では引張り応力が作用することになる。これは弾性変形するかまたは応力比が大きくなった時には引張り応力が作用する応力状態になる可能性があることを意味する。

一方、図一7.15(a)は式(7.8), (7.9)で与えられる降伏関数 ( $\beta=1.5$ ) を  $t_N$ - $t_S$  平面に描いている。上半分が三軸圧縮条件下で下半分が三軸伸張条件であるが、当然のことながら  $t_N$  軸に対して対称形になる。ここに、 $\sigma_3=0$  の線は  $t_S$  軸に一致するので降伏関数の内側に引張り領域は存在しない。また、図一7.15(b)はこの降伏関数を  $p$ - $q$  平面で表示している。降伏関数は圧縮側と伸張側で異なる形となるとともに、原点において図一7.14で説明した  $\sigma_3=0$  の線に漸近するカーブになることが判る。弾塑性モデルを用いた境界値問題の解析で引張り応力が発生したときに、応力の再配分が意図的に行われることがあるが、 $t_{ij}$  に基づくモデルでは数値計算誤差がない限り、引張り領域には応力状態は入らない。また、本講座でもたびたび登場する下負荷面<sup>9)</sup>の考え方には数値計算誤差の自動補正機能があるので、 $t_{ij}$  モデルとの組み合わせによりかなり安定した数値計算が可能となる。



(a)  $t_N-t_S$  面



(b)  $p-q$  面

図—7.15  $t_{ij}$  model の降伏曲面

修正応力  $t_{ij}$  (式(7.2)) とその応力パラメーター  $t_N, t_S$  (式(7.4)) を使って降伏関数 (塑性ポテンシャル) を作り,  $t_{ij}$  空間で流れ則を考え, 構成モデルを定式化する意味について述べる。本来は滑動面の概念 (SMP)<sup>3)</sup>, 拡張した空間滑動面の概念 (SMP\*)<sup>10)</sup>そして修正応力  $t_{ij}$  の概念<sup>2)</sup>と発展してきたのであるが, ここでは粒状体力学と呼ばれている分野のこれまでの研究成果と対比してその意味について考えてみよう。小田<sup>11)</sup>は砂のせん断試験の微視的な考察から, 粒状体は応力比の増加に伴い接点の接平面の法線方向が最大主応力方向に向く粒子が増えることを見出し, これがせん断により生じる粒状体の誘導異方性の源であることを示した。一方, 佐武<sup>12)</sup>は光弾性棒集合体のせん断試験等を参考に, 粒子接平面の法線方向分布を粒状体の構造テンソル  $\varphi_{ij}$  と考え, 小田らの実験結果から構造テンソルは応力比と関係づけられ, その主値 ( $\varphi_1, \varphi_2$ ) と主応力比 ( $\sigma_1/\sigma_2$ ) の間に近似的に次の関係が成り立つとした。

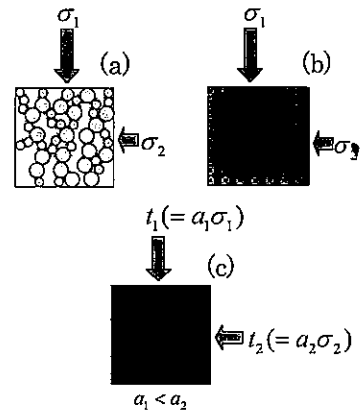
$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} \approx \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)^{0.5} \dots\dots\dots (7.15)$$

また, 佐武<sup>13)</sup>は構造テンソルを用いた次式の修正応力を提案している。

$$\sigma_{ij}^* = \frac{1}{3} \varphi_{ik}^{-1} \sigma_{kj} \dots\dots\dots (7.16)$$

ここに, 式(7.15)から  $a_{ij}$  が  $\varphi_{ij}$  の逆テンソルになっており, 式(7.16)から  $t_{ij}$  と  $\sigma_{ij}^*$  が対応する修正応力テンソルとなることが判る。

図—7.16の(a)図はこの粒子接点の接平面法線方向分布が最大主応力方向に向くことを2次元で模式的に示している。これを連続体として考えれば, (b)図の様に  $\sigma_1$  方向に硬くなる異方性が発達することを意味する。



図—7.16 誘導異方性と  $t_{ij}$  の意味

この異方性材料の挙動は(c)図に示すように, 等方性材料を仮定し,  $\sigma_1/\sigma_2$  よりも小さな応力比となる修正応力を作用させるのと等価である。ここに, 修正応力  $t_{ij} = a_{ik} \sigma_{kj}$  の主値は ( $t_1 = a_1 \sigma_1, t_2 = a_2 \sigma_2$ ) で表され,  $a_1 : a_2 = 1/\sqrt{\sigma_1} : 1/\sqrt{\sigma_2}$  なので,  $t_1/t_2 < \sigma_1/\sigma_2$  となる。すなわち,  $t_{ij}$  空間で流れ則を考えることは, 異方性連続体を等価な等方性連続体に変換してその力学挙動を説明することを意味する。さて, 同じように流れ則を考える透水問題でも異方性地盤では地盤を等方的な面に変換し, そこで流れ則 (直交則) を考える。そのような意味で, せん断に伴い異方性が発達する地盤材料の力学挙動を等価な等方性材料に変換して流れ則を考える方法は合理性があるといえる。巷(ちまた)では, 応力誘導異方性を考慮するため, 移動硬化則や回転硬化則がよく用いられるが, 流れ則 (直交則) 自体は通常の応力空間で仮定している。一方, 地盤材料の挙動における中間主応力の影響と応力誘導異方性の本質は同じであるとの立場にたち, 移動硬化則や回転硬化則を使わずに, 修正応力  $t_{ij}$  を拡張し中間主応力と繰返し載荷時の異方性を等方硬化則の範疇で説明する試みもある<sup>14)</sup>。

次に, 修正応力を用いるとしても正八面体面ではなく空間滑動面 (SMP) に垂直な成分  $t_N$  と平行な成分  $t_S$  を応力パラメーターとする意味について述べる。一般論で言えば, 等方性を仮定しても降伏関数等を決めるには三つ応力の不変量が必要である。しかし, 三つの独立な応力の不変量を使って直接的に降伏関数を決めるのは難しいので, その材料の塑性挙動を支配する (できるだけ少ない) 応力パラメーターで記述することが必要となる。金属のような材料は破壊を含む塑性挙動は偏差応力によって決まる。したがって, 2次元であればせん断応力が最大となる45°面, 3次元であれば各2主応力間でせん断応力が最大となる面の合成面である正八面体面に着目して, 応力パラメーターを決めている。その結果, 金属材料では応力の正八面体面に平行な成分 (偏差応力  $q$  が対応) を応力パラメーターとして降伏関数等を記述する。一方, 地盤材料はその粒状性から (塑性) 挙動は摩擦則で決まるといえる。これは2次元で言えばせん断・垂直応力比が最大となる滑動面に, 3次元であれば各2主応力間でせん断・垂直応力比が最大となる面 (複合滑動

面)の合成面と考えられる空間滑動面(SMP)に着目することを意味し、 $t_{ij}$ のSMPに垂直な成分と平行な成分を応力パラメーターとして降伏関数を規定することは合理性があるといえる。

### 7.3 1次元における地盤材料の諸特性のモデル化

これまで述べてきたように、1次元で構成モデルが構築されると、 $t_{ij}$ の考え方を使得て容易に3次元化がはかれるので、正規圧密土以外の諸特性のモデル化を1次元で解説する。なお、第2章で下負荷面の考え方を使得た1次元の密度の影響(過圧密土)のモデル化について解説しているので、ここでは更に自然堆積土や時間効果特性を持った土の1次元モデルについて解説する<sup>15)</sup>。

#### 7.3.1 自然堆積土

浅岡ら<sup>16)</sup>はCam clay modelをベースに過圧密比効果と構造(嵩張り)効果を考慮できる上下負荷面モデルを提案し、圧密・せん断時の自然堆積粘土の挙動を説明した。第5章でこのモデルの概要について解説がなされている。それまでのモデルにない優れた点を端的に言うと、塑性成分の硬さを表す塑性係数 $h\rho$ (第2章式(2.46)、(7.12)式参照)に剛性を大きくする項(過圧密比効果:下負荷面)だけでなく剛性を小さくする項(構造効果:上負荷面)を加え、それらの発展則を考えることで特徴的な自然堆積土の変形・強度特性を表現できることにある。

図-7.17は典型的な自然堆積粘土の1次元変形時の $e-\ln\sigma$ 関係を示している。ここでは自然堆積粘土の挙動を説明するために、浅岡らのモデル化にヒントを得て、第2章の過圧密土のモデル化で導入した密度の状態変数 $\rho$ の他にボンディング効果を表す状態変数を導入する<sup>15)</sup>。つまり、図-7.18に示すように、応力が $\sigma_0$ から $\sigma$ まで変化するとき、ボンディングのない過圧密粘土(第2章で解説)と初期間隙比 $e_0$ が同じであっても、ボンディング効果により剛性が大きくなるため、その間の間隙比 $e$ の減少量は同じ間隙比の過圧密粘土(破線の矢印)よりも小さくなる(実線の矢印)と考えられる。そして、ボンディング効果を仮想上の密度増加 $\omega$ ( $\omega_0$ はその初期値)に置き換え、 $\omega$ は塑性変形に伴い小さくなり最終的にゼロになるとする。

さて、1次元の降伏関数およびその適応条件は過圧密

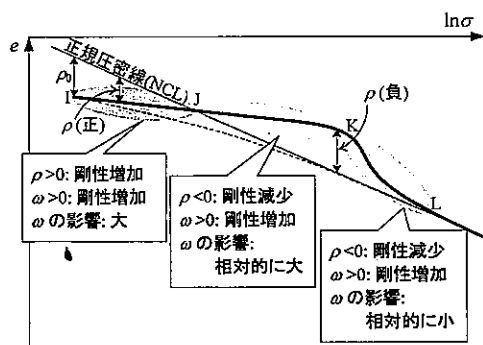


図-7.17 自然堆積土の $e-\ln\sigma$ 関係

土の式(2.22), (2.23)同様式, (7.17), (7.18)で与えられる。

$$f = F - \{H + (\rho_0 - \rho)\} = 0 \text{ or } F + \rho = H + \rho \dots\dots (7.17)$$

$$df = dF - \{dH - d\rho\} = (\lambda - \kappa) \frac{d\sigma}{\sigma} - \{d(-e)^\rho - d\rho\} = 0 \dots\dots (7.18)$$

$F$ および $H$ は式(7.7)と同じである。ここに、過圧密土( $\rho > 0$ )では状態変数 $\rho$ は塑性変形が進むにつれ単調に減少し正規圧密線(NCL)に近づく(図-7.17の破線)。一方、図-7.17の実線のような $e-\ln\sigma$ 関係を示す自然堆積土では、ボンディング効果 $\omega$ により過圧密土よりも剛性が大きく間隙比がNCLのそれと一致した時(J点)も正規圧密土よりも大きな剛性を示す。その結果、NCLよりも間隙比が大きい領域( $\rho < 0$ )に入りうる。 $\rho < 0$ の領域では、 $\rho$ は剛性減少の効果を持つが、始めは $\omega$ による剛性増加の効果が大きいので剛性はNCLのそれよりも大きい。しかし、塑性変形の進行とともに $\rho (< 0)$ による剛性減少の効果が大きくなるとともに $\omega$ による剛性増加の効果が小さくなり(K点)、間隙比はNCLの上側からNCLに近づく。このような特徴を説明するため、 $\rho$ および $\omega$ の発展則を次式で与える。

$$d\rho = -\{G(\rho) + Q(\omega)\} \cdot d(-e)^\rho \dots\dots (7.19)$$

$$d\omega = -Q(\omega) \cdot d(-e)^\rho \dots\dots (7.20)$$

ここに、 $G(\rho)$ は第2章の $\rho > 0$ の領域で定義した $G(\rho) = 0$ を満たす単調増加関数 $G(\rho)$ をそのまま $\rho < 0$ 領域まで拡張するだけでよい。また、 $Q(\omega)$ も $\omega$ が大きいほど剛性増加の効果が大きく、塑性変形が進むにつれ効果が小さくなりやがてゼロとなるので、 $G(\rho)$ 同様 $Q(0) = 0$ を満たす単調増加関数で与える(例えば、図-7.19に示す1次関数で $G(\rho)$ ,  $Q(\omega)$ を与える)。すなわち、 $Q(\omega)$ は塑性変形とともにゼロに近づくが、 $G(\rho)$ は $\rho$ が正であっても負であっても現在の間隙比をNCLに近づける効果を持つ。

式(7.19)を式(7.18)に代入し整理すると、自然堆積土

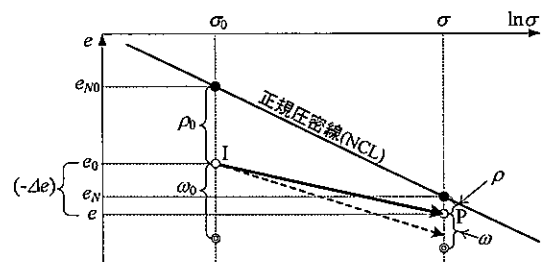


図-7.18 自然堆積土の初期状態(I点)と現状態(P点)の応力および間隙比

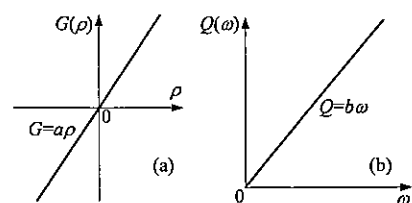


図-7.19 1次関数で与えた $G(\rho)$ と $Q(\omega)$

の間隙比増分の塑性成分は次式で与えられる。

$$d(-e)^p = \frac{\lambda - \kappa}{1 + G(\rho) + Q(\omega)} \frac{d\sigma}{\sigma} \dots\dots\dots(7.21)$$

弾性成分を考えると、全間隙比増分は次式で与えられる。

$$d(-e) = d(-e)^p + d(-e)^e = \left\{ \frac{\lambda - \kappa}{1 + G(\rho) + Q(\omega)} + \kappa \right\} \frac{d\sigma}{\sigma} \dots\dots\dots(7.22)$$

なお、 $d(-e)^p < 0$  の時は  $d(-e)^p = 0$  とする。式(7.22)を用いての計算例を図-7.20に示す。パラメーターは第2章の過圧密土の解析と共通である。(a)図は同じ初期ボンディング効果  $\omega_0$  で初期間隙比  $e_0$  を変えた時の結果を、(b)図は同じ  $e_0$  で  $\omega$  の初期値  $\omega_0$  を変えたときの結果である。同図から式(7.22)で与えた1次元モデルが繰り返し過圧密粘土 ( $\omega = 0$ ) はもとより、自然堆積粘土の1次元圧縮特性をよく表現できることがわかる。また、(c)図は同じ  $e_0, \omega_0$  で材料パラメーター  $b$  を変えた結果を示すが、大きな  $b$  を設定したときは軟化挙動が得られる。

なお、ここでは、式(7.20)に示すように、 $\omega$  の発展(劣化)則を塑性変形と関係づけているが、応力や種々の環境条件と関係づけることにより粒子破碎、風化等の影響を取り込むことも可能である。

7.3.2 時間効果特性

時間効果特性を考慮するため、多くの場合粘塑性理論が利用される。応力・(塑性)ひずみ・(塑性)ひずみ速度間に一義的な関係があるとして流動曲面(降伏関数に相当)を求め時間依存性挙動を説明する流動曲面型モデル(例えば関口モデル<sup>17)</sup>と、ひずみ速度が応力速度に関係しないビンガム体的な材料として扱い現在の応力状態から決められる動的降伏曲面と現在の塑性ひずみ状態から決められる静的降伏曲面の差である超過応力で説

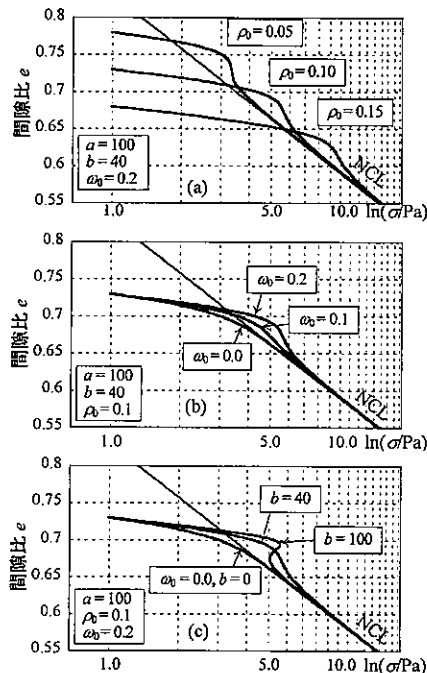


図-7.20 異なる  $\rho_0, \omega_0, b$  を用いた解析結果 (Pa: 大気圧)

明する超過応力型モデル(例えば足立・岡モデル<sup>18)</sup>がこれまでの日本の代表的な粘塑性モデルである。第3章ではこれら両モデルについて解説がなされている。なお、これらのモデルは正規圧密土の粘塑性モデルであり、過圧密土や自然堆積土は対象としていない。ここでは特別な粘塑性理論は使わずに、基本的にはひずみ速度により圧密曲線( $e-\ln \sigma$ 関係)がシフトする実験事実と下負荷面のメリットを使って1次元の正規圧密土から自然堆積土までの時間効果特性のモデル化する方法を述べる。

図-7.21は正規圧密粘土の時間効果特性を模式的に描いたものであるが、ひずみ速度(ここでは間隙比の変化速度)が遅くなると圧密曲線が下方にシフトする。また、クリープ時の間隙比は時間の対数に対して勾配  $\lambda_c$  (2次圧密係数)で変化することなどが実験事実として知られている。このような特性をモデル化するため、図-7.22に示すように、ひずみ速度の関数で与えられる状態変数  $\psi$  によってNCLを上下方向にシフトさせる( $\psi_0$ は $\psi$ の初期値)。応力が  $\sigma_0$  から  $\sigma$  まで、間隙比の塑性的な変化速度が  $(-e)_0^p$  から  $(-e)^p$  まで、間隙比が  $e_0$  から  $e$  まで変化した場合を考える。この時、NCLの位置が間隙比の塑性的な変化速度によって  $\psi = \psi_0$  から  $\psi = \psi$  までシフトしたとする。図-7.22から間隙比変化の塑性成分は次式のように表せる。

$$\begin{aligned} (-\Delta e)^p &= (-\Delta e) - (-\Delta e)^e \\ &= \{(e_{N0} - e_N) - (\rho_0 - \rho) - (\psi_0 - \psi)\} - (-\Delta e)^e \\ &= \lambda \ln \frac{\sigma}{\sigma_0} - (\rho_0 - \rho) - (\psi_0 - \psi) - \kappa \ln \frac{\sigma}{\sigma_0} \end{aligned} \dots\dots\dots(7.23)$$

式(7.7)の  $F, H$  を使って書き直すと、降伏関数は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} f &= F - \{H + (\rho_0 - \rho) + (\psi_0 - \psi)\} = 0 \\ \text{or } F + \rho + \psi &= H + \rho_0 + \psi_0 \end{aligned} \dots\dots\dots(7.24)$$

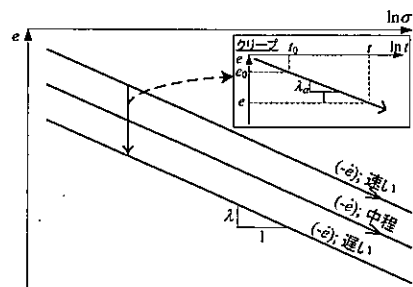


図-7.21 正規圧密土の時間効果特性

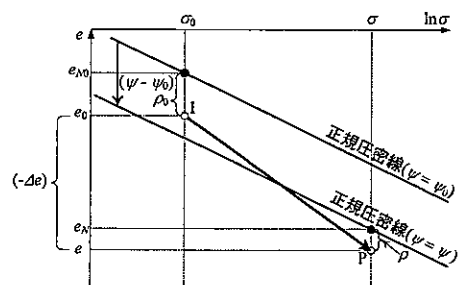


図-7.22 時間効果特性を持った土の初期状態 (I点) と現状態 (P点) の応力および間隙比

適応条件 ( $df=0$ ) より

$$df = dF - \{dH - dp - d\psi\} = (\lambda - \kappa) \frac{d\sigma}{\sigma} - \{d(-e)^p - dp - d\psi\} = 0 \quad \dots\dots(7.25)$$

さて、正規圧密土では応力～ひずみ(間隙比)～(塑性)ひずみ速度間に一義的な関係(isotache)が成り立ち、クリープ時の間隙比の変化は図-7.21の間隙比( $e$ )～時間( $\ln t$ )間の勾配 $\lambda_\alpha$ の直線関係で表せることが標準圧密試験等から判っている。また、クリープ時の間隙比変化は塑性的な成分といえる。ここで、図に示すクリープ時の間隙比変化から正規圧密線(NCL)のシフト量( $\psi - \psi_0$ )は時間 $t$ で表せるが、時間 $t$ を使わずに間隙比の塑性的な変化速度 $(-e)^p$ を使っても次式のように表せる。

$$\psi - \psi_0 = \lambda_\alpha \ln t - \lambda_\alpha \ln t_0 = \{-\lambda_\alpha \ln(-e)^p\} - \{-\lambda_\alpha \ln(-e)_0^p\} \quad \dots\dots(7.26)$$

ここに、クリープ変形時の次式を利用している。

$$(-e)^p = \frac{d(-\Delta e)^p}{dt} = \frac{d(\lambda_\alpha \ln t - \lambda_\alpha \ln t_0)}{dt} = \lambda_\alpha \frac{1}{t} \quad \dots\dots(7.27)$$

また、 $\psi$ の増分 $d\psi$ は式(7.26)、(7.27)より次式で表せる。

$$d\psi = \frac{\partial \psi}{\partial t} dt = \lambda_\alpha \frac{1}{t} dt = (-e)^p dt \quad \dots\dots(7.28)$$

正規圧密状態( $\rho_0=0, \omega_0=0$ )だけでなく過圧密状態やボンディングがある状態でも式(7.26)の $\psi$ と $(-e)^p$ の関係が満足されると仮定すれば、式(7.19)、(7.28)を式(7.25)に代入することにより、間隙比の塑性的な増分は次式で表せる。

$$d(-e)^p = \frac{(\lambda - \kappa) \frac{1}{\sigma} d\sigma + (-e)^p \cdot dt}{1 + G(\rho) + Q(\omega)} \cong \frac{(\lambda - \kappa) \frac{1}{\sigma} d\sigma + (-e)^p \cdot dt}{1 + G(\rho) + Q(\omega)} \quad \dots\dots(7.29)$$

上式の $(-e)^p$ は1 step 前の間隙比の塑性成分の変化速度を表す。間隙比の増分は最終的に次式で与えられる。

$$d(-e) = d(-e)^p + d(-e)^e = \left( \frac{\lambda - \kappa}{1 + G(\rho) + Q(\omega)} + \kappa \right) \frac{d\sigma}{\sigma} + \frac{(-e)^p}{1 + G(\rho) + Q(\omega)} dt \quad \dots\dots(7.30)$$

数値計算においては、現在の間隙比の変化速度 $(-e)^p$ の代わりに1 step 前の既知の変化速度 $(-e)^p$ を用いる。ここに、 $(-e)^p$ と式(7.29)で計算される $(-e)^p$ が一致するまで収束計算をしてもよい。しかし、前のstepの変化速度を用いて次の間隙比の塑性増分 $d(-e)^p$ を計算することによる誤差は、誤差の自動修正機能を有する下負荷面の考え方の導入により、増分が大きくない限り自動的に修正される。また、式(7.30)には時間 $t$ が入っていないので、多くのモデルで問題となる時間の取り方に関する客観性が保証される。ここに、時間効果に関する材料パラメータは2次圧密係数 $\lambda_\alpha$ だけである。負荷

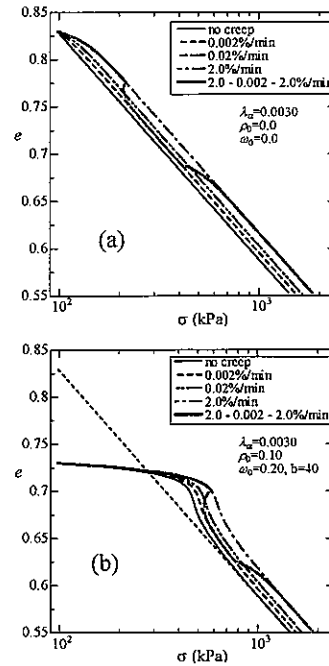


図-7.23 正規圧密粘土および自然堆積土のひずみ速度を変えた1次元圧縮挙動の解析

条件は1次元問題では塑性変形(塑性的な間隙比の変化)は圧縮側にしか生じないという条件( $d(-e)^p > 0$ )で決められる。

図-7.23は(a)正規圧密粘土および(b)自然堆積土の要素としての1次元圧縮挙動について異なるひずみ速度の解析結果を示している。図中の破線で示した直線は基準となる速度(間隙比の塑性成分の変化速度 $(-e)_0^p = 1.0 \times 10^{-7}$ )での正規圧密線を、実曲線(no creep)は時間効果特性を考慮しない結果である。載荷途中でひずみ速度を変えた解析結果も示しているが、ひずみ速度を変えてもひずみ速度により決まる一義的な間隙比～応力関係に移動することもわかる(isotache)。また、よくいわれているように、自然堆積土ではひずみ速度が速くなるに従い圧密降伏応力に相当する応力が大きくなる。

図-7.24は正規圧密粘土の瞬間載荷圧密試験(初期応力 $\sigma_0 = 98$  kPa, 応力増分 $\Delta\sigma = 98$  kPa)で2次圧密係数 $\lambda_\alpha$ を変えた土・水連成1次元有限要素解析結果である。ここでも実線(no creep)は時間効果を考慮しないモデルによる結果である。2次圧密係数が大きくなる(時間効果特性が顕著になる)に従い、よく知られている逆S次形状の圧密曲線から離れる曲線となる。また、間隙水圧消散後の圧密曲線の勾配は与えた2次圧密係数 $\lambda_\alpha$ と一致する。

図-7.25はボンディングを持った土および持たない土の標準圧密試験の $e - \log t$ 関係の解析結果を示す(荷重増分比 $\Delta\sigma/\sigma_0 = 4$ )。図中の細線はボンディングのない土( $\omega_0 = 0$ )を、太線はボンディングのある土( $\omega_0 = 0.20$ )の結果を表す。正規圧密土( $\rho_0 = 0$ )や過圧密比が小さい土ではボンディングの有無による差異はあまりないが、過圧密比がある程度大きくなるとボンディング



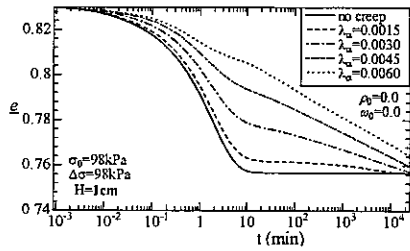


図-7.24 2次圧縮指数を変えた正規圧密粘土の標準圧密試験の1次元有限要素解析結果

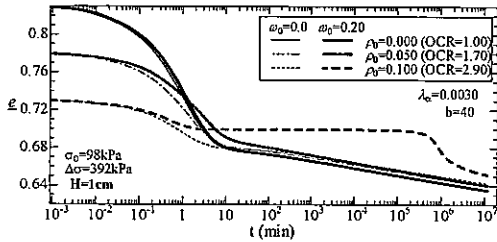


図-7.25 初期間隙比およびボンディングを変えた粘土の標準圧密試験の1次元有限要素解析結果

のある土は一度沈下が取まった後に再び遅れ沈下が生じる。図は省略するが、荷重増分比  $\Delta\sigma/\sigma_0$  が小さいときは逆に正規圧密土の方がボンディングの影響が大きくなる。

以上、ここでは、ひずみ速度により NCL がシフトすることを利用した時間効果特性のモデル化について説明した。温度や飽和度（サクション）などによっても NCL がシフトとすることが知られている。ここでの考え方を使ってこれらのモデル化も可能である。

### 7.4 諸特性を持った土の3次元モデル化

7.2の正規圧密土の3次元モデル化と同じ方法で、7.3で説明した1次元モデルも3次元モデルに拡張できる。ここでは、ボンディングおよび時間効果を考慮したモデルについてその3次元化について説明する。3次元モデルでは式(7.19)、(7.20)に対応する発展則を次式で与える。

$$d\sigma = -(1+e_0) \left\{ \frac{G(\rho)}{t_N} + \frac{Q(\omega)}{t_N} \right\} A \dots\dots\dots(7.31)$$

$$d\omega = -(1-e_0) \frac{Q(\omega)}{t_N} A \dots\dots\dots(7.32)$$

ここに、係数  $A$  は応力の次元（式(7.11)参照）を持つので  $t_N$  で割り次元を合わせている。また、状態変数  $\psi$  およびその増分  $d\psi$  を規定する速度  $(-\dot{e})^p$  に対応する速度としてひずみ速度のノルムを使った次式を用いる。

$$(-\dot{e})_{(equ)}^p = \sqrt{3} (1+e_0) \|\dot{\epsilon}_{ij}^p\| \dots\dots\dots(7.33)$$

その結果、式(7.11)の係数  $A$  は次式で与えられる。

$$A = \frac{dF + (-\dot{e})_{(equ)}^p dt}{(1+e_0) \left\{ \frac{\partial F}{\partial t_{kk}} + \frac{G(\rho)}{t_N} + \frac{Q(\omega)}{t_N} \right\}} = \frac{dF + (-\dot{e})_{(equ)}^p dt}{h^p} \dots\dots\dots(7.34)$$

$$\cong \frac{dF + (-\dot{e})_{(equ)}^p dt}{h^p} \dots\dots\dots(7.34)$$

なお、下負荷面の負荷条件より、 $A < 0$  の時は  $A = 0$  と

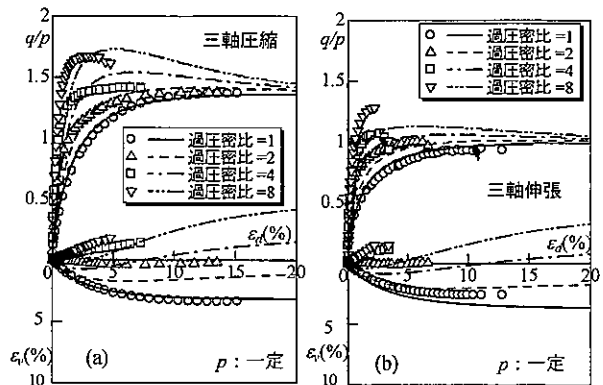


図-7.26 正規および過圧密粘土の排水せん断試験結果と計算曲線

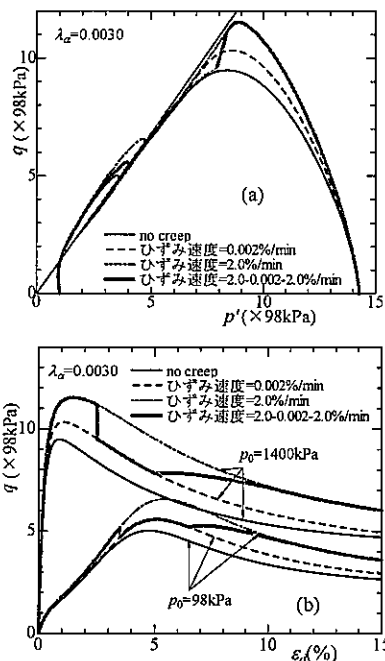


図-7.27 初期拘束応力およびひずみ速度を変えた自然堆積粘土の非排水三軸試験の解析結果

する。

図-7.26は過圧密比を変えた粘土の平均主応力一定試験結果とその計算曲線（ボンディング、時間効果がないケース）を示す。この場合、モデルは従来の subloading  $t_{ij}$  model<sup>7)</sup> に一致する。図-7.27は初期拘束応力およびひずみ速度を変えた自然堆積土の非排水せん断試験の解析結果（(a)有効応力経路および(b)応力～ひずみ関係）であるが、時間効果特性を含めよく知られている自然堆積土のせん断挙動の特徴を表現している。

### 7.4 おわりに

Cam clay 型の応力パラメーターを使った3次元モデルの問題点を指摘するとともに、正規圧密土を例に相異なる3主応力下の土の挙動を唯一的な材料パラメーターで説明する方法（修正応力  $t_{ij}$  を用いたモデル化）を解説した。また、その考え方の意義と意味についても言及した。第2章（本年度4月号）では1次元の正規圧密土の  $e-\ln \sigma$  の直線関係に、密度を表す状態変数  $\rho$

を導入すること（下負荷面の1次元解釈）で過圧密土の1次元モデルが作れることを説明している。ここでは更に、ボンディング効果を表す状態変数 $\omega$ 、時間効果等を表す状態変数 $\psi$ とそれらの発展則を与えることで、自然体堆積土の応力 $\sim$ ひずみ挙動や正規圧密土から自然堆積土までの時間効果特性を簡単かつ包括的にモデル化する方法を紹介した。その上で、修正応力 $t_{ij}$ の考え方を使ってこれらのモデルも3次元化できること示した。

## 参考文献

- 1) Schofield, A. N. and Wroth, C. P.: *Critical State Soil Mechanics*, McGraw-Hill, London, 1968.
- 2) Nakai, T. and Mihara, Y.: A new mechanical quantity for soils and its application to elastoplastic constitutive models, *Soils and Foundations*, Vol. 24, No. 2, pp. 82~94, 1984.
- 3) Matsuoka, H. and Nakai, T.: Stress-deformation and strength characteristics of soil under three different principal stresses, *Proc. of JSCE*, No. 232, pp. 59~70, 1974.
- 4) Murayama, S.: A theoretical consideration on a behavior of sand, *Proc. IUTAM Symposium on Rheology and Soil Mechanics*, Grenoble, 1964.
- 5) Matsuoka, H.: Stress-strain relationship of sand based on the mobilized plane, *Soils and Foundations*, Vol. 14, No. 2, 1974.
- 6) Chowdhury, E. Q. and Nakai, T.: Consequence of the  $t_{ij}$ -concept and a new modeling approach, *Computers and Geotechnics*, Vol. 23, No. 3, pp. 131~164, 1998.
- 7) Nakai, T. and Hinokio, T.: A simple elastoplastic model for normally and over consolidated soils with unified material parameters, *Soils and Foundations*, Vol. 44, No. 2, pp. 3~70, 2004.
- 8) Pedroso, D. M., Farias, M. M. and Nakai, T.: An interpretation of subloading  $t_{ij}$  model in the context of conventional elastoplasticity theory, *Soils and Foundations*, Vol. 45, No. 4, pp. 61~77, 2005.
- 9) Hashiguchi, K.: Constitutive equation of elastoplastic materials with elasto-plastic transition, *Jour. Appli. Mech., ASME*, Vol. 102, No. 2, pp. 266~272, 1980.
- 10) 中井照夫・松岡 元：3主応力下の土のせん断挙動に関する統一解釈, 土木学会論文報告集, 第303号, 1980.
- 11) Oda, M.: The mechanism of fabric changes during compressional deformation of sand, *Soils and Foundations*, Vol. 12, No. 2, pp. 1~18, 1972.
- 12) 佐武正雄：地盤と土の異方性, 土と基礎, Vol. 32, No. 11, 1984.
- 13) Satake, M.: Fabric tensor in granular materials, *Proc. IUTAM Conference on Deformation and Failure of Granular Materials*, Delft, pp. 63~68, 1982.
- 14) 京川裕之・菊本 統・中井照夫：修正応力を用いた等方硬化モデルによる誘導異方性の表現, 地盤工学ジャーナル, Vol. 5, No. 5, pp. 533~544, 2010.
- 15) 中井照夫・Shahin, H. M.・菊本 統・京川裕之・張鋒：地盤材料の諸特性の簡単且つ統一的なモデリング, 応用力学論文集, Vol. 12, pp. 371~382, 2009.
- 16) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T.: Superloading yield surface concept for highly structured soil behaviour, *Soils and Foundations*, Vol. 40, No. 2, pp. 99~110, 2000.
- 17) Sekiguchi, H.: Rheological characteristics of clays, *Proc. of 9th International Conf. on Soil Mech. and Foundation Eng.*, Tokyo, Vol. 1, pp. 289~292, 1977.
- 18) Adachi, T. and Oka, F.: Constitutive equation for normally consolidated clays based on elasto/viscoplasticity, *Soils and Foundations*, Vol. 22, No. 4, pp. 57~70, 1982.

## お詫びと訂正

■平成23年5月号 (Vol. 59, No. 5) pp. 54~61掲載の「講座：地盤材料の構成モデル最前線3. 弾塑性モデル-時間依存性挙動の表現」に誤りがありました。お詫びして下記のとおり訂正させていただきます。

ページ	訂正前	訂正後
p. 56左段下から13行目	$p = 2(\sigma_1 + \sigma_3) / 3$	$p = (\sigma_1 + 2\sigma_3) / 3$

## 8. 講座を終えるにあたって

中井 照夫 (なかい てるお)

名古屋工業大学大学院教授 工学研究科

## 8.1 講座のまとめ

6回にわたり地盤材料の構成モデルに関する研究の最近のトピックスについて解説した。第1章「講座を始めるにあたって」(4月号)で述べたように、約半世紀前にCambridge大学グループによって開発されたCam clay modelは限界状態や正規圧密土の状態曲面の考え方などその後の地盤材料の構成モデルの開発に欠かせない概念を提供した。圧密とせん断を別物として、また扱う事象によって弾性体あるいは剛塑性体と使い分けてきたTerzaghi型(TerzaghiやTaylorの教科書の出版年にちなんで1948年型と言われる)の土質力学から脱皮し、材料力学の一分野という見方で土質力学の再構築を目指したものといえる。しかし、Cambridgeの出身者でもstudent modelというように、上述の概念を含め地盤材料の弾塑性モデルの基本を勉強するにはよい教材ではあるが、実務で使うには不十分と言わざるをえない。本講座では、実務で使える構成モデルを目指し、Cam clay modelでは説明できない諸特性(第1章参照)、なかでも特に、密度・拘束応力の影響、時間効果特性、応力履歴の影響を含む繰返し特性、中間主応力の影響等を考慮したモデル化についてその考え方を中心に解説した。

第2章では、弾塑性論の基本的な考え方を1次元で解説するとともに、よく知られている正規圧密粘土の1次元圧密時の間隙比~応力(対数軸)関係は典型的な弾塑性挙動であることを示し、それを3次元化したのがCam clay modelであることを説明した。更に、後の章で紹介されるモデルでも度々利用される下負荷面の考え方を1次元の過圧密土を例に解説した。第3章では、正規圧密土の時間効果特性を説明する代表的な粘塑性モデルとして、超過応力型モデル(足立・岡モデル)と非定常流動曲面型モデル(関口モデル)を取り上げ、両モデルの特徴や構造の類似点と相違点を解説した。また、過圧密土の粘塑性モデルの紹介と自然堆積粘土の圧密挙動の解析についても言及した。第4章では、Cam clay model等の古典的弾塑性モデルでは説明できない過圧密土や繰返し載荷時の土の弾塑性挙動を記述できる下負荷面モデルについてその特徴を含めて解説した。(初期)下負荷面の考え方は原点に関して相似関係にある正規降伏面(現塑性硬化パラメータで大きさが決まる)と下負荷面(現応力で大きさが決まる)の大きさの比で硬さを変えることになるが、ヒステリシスループを含むより現

実的な繰返し特性を説明できる拡張下負荷面(相似中心を原点に固定しない)についても解説した。第5章では、自然堆積土の力学挙動を説明するためのモデル(上・下負荷面モデル)について解説した。そのために、下負荷面に加えて上負荷面が導入された。過圧密土の剛性は正規圧密土のそれに比べ大きくなることから判るように、下負荷面は材料を硬くする効果を持つが、上負荷面は構造(嵩張り)を考慮するもので材料を軟らかくする効果を持つ。この二つの効果を使って、自然堆積土特有の圧密・せん断挙動を説明する方法を解説した。第6章では、まず軟岩の排水せん断試験やクリープ試験の方法と実験結果を示し、排水条件を含めその試験の持つ意味について考察した。それらの結果から、軟岩を過圧密比の大きい過圧密土と考え、下負荷面を使ったモデルに時間効果や温度効果を導入した軟岩のモデルについて解説した。第7章では、 $(p, q)$ を使った3次元モデルの問題点を指摘するとともに、これらのモデルや1次元モデルを相異なる3主応力下で有効なモデルにする方法を解説した。また、これまでの成果をベースにCam clay modelでは説明できない諸特性を包括的に考慮する手法を紹介した。

## 8.2 むすび

学生だけでなく、実務に携わっている技術者にも構成モデルの現状を知ってもらい、地盤工学のブレイクスルーで欠かせない構成モデルの研究に対する関心を喚起することを目的とした。そのため、執筆者にはそれぞれのモデルの開発・発展に直接的・間接的に深く関わっている人をお願いした。今日、地盤工学は建設・防災に限らず環境・エネルギーなど扱うテーマは多岐にわたっている。その結果、それらの問題を扱う手法は他分野からの導入を含め多く利用され、多くの数値解析の市販ソフトも使われている。しかし、肝心の地盤材料の挙動を適切に記述できる構成モデル抜きにはこれらの問題の根本的な解決ははかれない。また、地盤材料の力学挙動を包括的かつ合理的に説明できる構成モデルが開発されたときには、これらの問題解決も一挙に前進するといえる。40年程前学生の時に指導教授から“Garbage in, garbage out”と教わった。逆は言えないが、精巧なものの本質はsimpleである。多くの人の構成モデルに対する関心を期待する。

最後に、本講座を担当いただいた執筆者ならびに講座編集委員の各位に深く感謝申し上げます。