

## 修正応力を用いた等方硬化モデルによる誘導異方性の表現

京川 裕之<sup>1</sup>, 菊本 統<sup>2</sup>, 中井 照夫<sup>2</sup>

1 名古屋工業大学大学院社会工学専攻

2 名古屋工業大学都市社会工学科

## 概 要

実地盤内の応力状態は必ずしも三軸条件（軸対称応力）ではなく、相異なる三主応力（真三軸条件）下で主応力方向が回転しながらランダムに変化する。このような応力変化を受けると土の粒子配列は複雑に変化するため、異方的な変形特性、すなわち誘導異方性が現れる。このような誘導異方性は任意の応力変化を受ける実地盤の応答を予測する上で無視できない性質といえる。従来、誘導異方性は移動硬化則や回転硬化則により記述されてきたが、いずれの方法も複雑で、用いられる内部変数や構成パラメータの物理的な意味合いも明確でない。本研究では誘導異方性の影響は中間主応力の影響とその本質は同じと考え、中間主応力の影響を適切に考慮した修正応力  $t_{ij}$  を拡張した新たな修正応力  $t_{ij}^*$  を提案する。修正応力  $t_{ij}^*$  に基づいて定式化した提案モデルは、等方硬化モデルでありながら、実測値に見られる中間主応力の影響ならびに応力履歴による複雑な剛性・ひずみ増分方向変化を統一的かつ適切に表現できる。

キーワード：構成式，誘導異方性，中間主応力，修正応力，等方硬化則

## 1. はじめに

応力誘導異方性や中間主応力の影響は、地盤の変形・破壊予測を行う上で無視できない力学特性である。前者は過去の応力履歴に応じて異方的な変形を示す性質、後者は中間主応力の相対的な大きさの違い（三軸圧縮条件や三軸伸張条件、平面ひずみ条件など）によって強度や変形特性が異なる性質を表す。既往の弾塑性モデルでは、応力誘導異方性は通常の応力  $\sigma_{ij}$  空間で移動硬化則あるいは回転硬化則を考えることで表現されてきた。一方、中間主応力の影響はその最大・最小主応力に対する相対的な大きさに応じて強度パラメータを変化させる（もしくは偏差応力面での降伏面の形状を歪ませる）必要があった。しかしながら、移動硬化則や回転硬化則は等方硬化則に比べて定式化が煩雑であるうえ、背応力や降伏面の中心軸など用いられる変数およびその発展則の物理的意味は明らかではない。また、実測値に見られる土の破壊規準（例えばMohr-Coulomb規準）を満足するように、強度を表す材料パラメータを中間主応力のパラメータ（例えば  $b = (\sigma_2 - \sigma_3) / (\sigma_1 - \sigma_3)$ ）に応じて便宜的にフィッティングさせても、任意の3次元応力条件下にある土の変形特性までも統一的に評価しているとは言い難い。

これに対して本研究では、土の応力誘導異方性と中間主応力が強度・変形特性に及ぼす影響を、修正応力を用いて簡潔に記述する方法を提案する。提案手法では、通常の応

力テンソル  $\sigma_{ij}$  の代わりに、中間主応力の影響を考慮するために用いられてきた修正応力  $t_{ij}$  の意味を考え、拡張することにより、シンプルな等方硬化モデルの範疇で応力誘導異方性を考慮する。同手法は中井・三原が中間主応力の影響を考慮するために開発した修正応力  $t_{ij}^{(1)}$  を拡張したものであるため、中間主応力と応力履歴の影響を統一的に評価することができる。本論文では、提案手法の概要と利点について説明するとともに、三主応力制御試験<sup>2), 3)</sup>の実験結果と提案手法による解析結果の比較を行い、その適用性を検証する。

2. 中間主応力が土の強度・変形特性に及ぼす影響を考慮した修正応力  $t_{ij}$  の概要

既往の構成モデルの多くは、Cam clay model<sup>4)</sup>と同様に、一般応力  $\sigma_{ij}$  の応力パラメータ  $(p, q)$  で降伏関数を構成し、 $\sigma_{ij}$  空間で流れ則を仮定している。しかしながら、このようなモデルでは中間主応力が土の強度・変形特性に及ぼす影響を適切に考慮することはできない。これに対して、中井・三原<sup>1)</sup>は修正応力  $t_{ij}$  の応力パラメータ  $(t_N, t_S)$  で降伏関数を与え、 $t_{ij}$  空間で流れ則を仮定する方法を提案している。この方法は、通常モデルで参照する正八面体面 (octahedral plane) の代わりに、空間滑動面 (SMP)<sup>5)</sup> について応力比  $\sim$  ひずみ増分比関係を考える  $SMP^*$  の概念<sup>6)</sup> を一般化したものであり、任意の3次元応力条件下にある

土の応力ひずみ関係を唯一的に記述することができる。修正応力テンソル $t_{ij}$ は、通常の応力テンソル $\sigma_{ij}$ を式(1)のように変換することで与えられる。

$$t_{ij} = a_{ik} \sigma_{kj} \quad (1)$$

式中の2階の変換テンソル $a_{ij}$ は、応力テンソル $\sigma_{ij}$ と共軸で、SMPの方向余弦 $a_i$  ( $i = 1, 2, 3$ )を主値とする対称テンソルである。すなわち、修正応力テンソル $t_{ij}$ は応力テンソル $\sigma_{ij}$ および変換テンソル $a_{ij}$ と共軸な対称テンソルであり、その主値 $t_i$ はSMPのトラクションに相当する。 $a_{ij}$ は式(2)のように表される<sup>7)</sup>。

$$a_{ij} = \sqrt{\frac{I_3}{I_2}} r_{ij}^{-1} = \sqrt{\frac{I_3}{I_2}} (\sigma_{ik} + I_{r2} \delta_{ik}) (I_{r1} \sigma_{kj} + I_{r3} \delta_{kj})^{-1} \quad (2)$$

ここに、 $\delta_{ij}$ はクロネッカーのデルタである。また、 $r_{ij}$ は $\sigma_{ij}$ の平方根( $r_{ik} r_{kj} = \sigma_{ij}$ )であり、 $I_2, I_3$ および $I_{r1}, I_{r2}, I_{r3}$ は式(3)および(4)で表される $\sigma_{ij}$ と $r_{ij}$ の不変量である。なお、SMPは応力比により決定される面であり、 $a_{ij}$ は応力の相対的な大きさで定まる無次元のテンソルである。

$$\left. \begin{aligned} I_2 &= \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1 = \frac{1}{2} (\sigma_{ii}^2 - \sigma_{ij} \sigma_{ji}) \\ I_3 &= \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 = e_{ijk} \sigma_{i1} \sigma_{j2} \sigma_{k3} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} I_{r1} &= \sqrt{\sigma_1} + \sqrt{\sigma_2} + \sqrt{\sigma_3} = r_{ii} \\ I_{r2} &= \sqrt{\sigma_1 \sigma_2} + \sqrt{\sigma_2 \sigma_3} + \sqrt{\sigma_3 \sigma_1} = \frac{1}{2} (r_{ii}^2 - r_{ij} r_{ji}) \\ I_{r3} &= \sqrt{\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3} = e_{ijk} r_{i1} r_{j2} r_{k3} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここに、 $e_{ijk}$ はエディントンのイブシロンである。

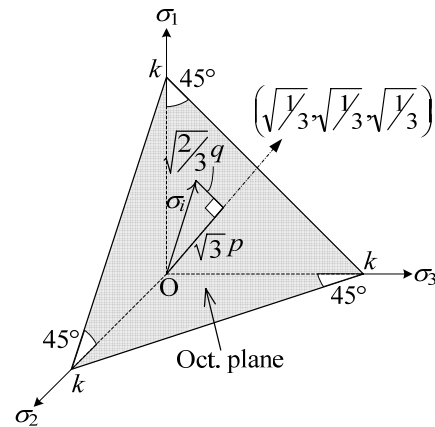
表 1に、Cam clay modelなど通常の弾塑性構成モデルと修正応力 $t_{ij}$ の概念で用いられる応力およびひずみ増分パラメータの比較を示す。表 1から判るように、両者の違いは正八面体面に着目するかSMPに着目するかであり、参照する面さえ規定すれば $t_{ij}$ およびそれに基づくパラメータは相似的に与えられる。また、応力パラメータを図 1に示す。図より、通常の応力パラメータ( $p, q$ )は応力 $\sigma_{ij}$ 空間の正八面体面に垂直な成分および平行な成分に対応するが、 $t_{ij}$ の応力パラメータ( $t_N, t_S$ )は修正応力 $t_{ij}$ 空間のSMPに垂直な成分および平行な成分となる。

### 3. 応力誘導異方性と修正応力 $t_{ij}$ の関係

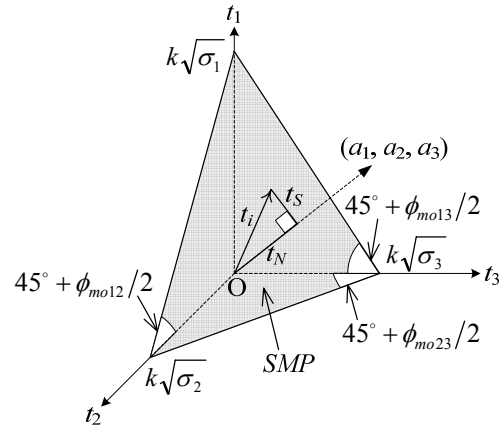
図 2は土の応力誘導異方性と連続体の範疇での記述方法について模式的に説明している。Oda<sup>8)</sup>の要素試験における微視的観察によると、土が異方的な応力履歴を受けると、(a)に示すように土粒子同士の接触面の法線方向は徐々に最大主応力 $\sigma_1$ 方向に偏り、異方的な挙動を呈することが指摘されている。このとき、応力履歴による土構造の変化(すなわち応力誘導異方性)は、粒子の接触法線の平均的分布を示す2階の構造テンソル $F_{ij}$ により表すことができる。このような誘導異方性は、これまで(b)のように $\sigma_1$ 方向の剛

表 1 通常の弾塑性モデルと修正応力  $t_{ij}$  で用いられる応力およびひずみ増分パラメータの比較<sup>6)</sup>

ordinary concept	$t_{ij}$ concept
$\delta_{ij}$ (Oct. plane)	$a_{ij}$ (SMP)
$\sigma_{ij}$	$t_{ij} = a_{ik} \sigma_{kj}$
$p = \sigma_{ij} \delta_{ij} / 3$	$t_N = t_{ij} a_{ij}$
$q = \sqrt{(3/2) s_{ij} s_{ij}}$	$t'_S = t_{ij} - t_N a_{ij}$
$\eta_{ij} = s_{ij} / p$	$t_S = \sqrt{t'_S t'_S}$
$\eta = q / p = \sqrt{\eta_{ij} \eta_{ij}}$	$x_{ij} = t'_S / t_N$
$d\varepsilon_v = d\varepsilon_{ij} \delta_{ij}$	$d\varepsilon_N = d\varepsilon_{ij} a_{ij}$
$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij} - d\varepsilon_v \delta_{ij} / 3$	$d\varepsilon'_{ij} = d\varepsilon_{ij} - d\varepsilon_N a_{ij}$
$d\varepsilon_d = \sqrt{(2/3) d\varepsilon_{ij} d\varepsilon_{ij}}$	$d\varepsilon_S = \sqrt{d\varepsilon'_{ij} d\varepsilon'_{ij}}$
$d\varepsilon_{ij}^p = \Lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}$	$d\varepsilon_{ij}^p = \Lambda \frac{\partial f}{\partial t_{ij}}$



(a) 通常の応力 $\sigma_{ij}$ のパラメータ



(b) 修正応力  $t_{ij}$  のパラメータ

図 1 応力パラメータの定義

性を相対的に大きく見積もることでモデル化されることが多かった。これに対して佐武<sup>9), 10)</sup>および著者の一人<sup>11)</sup>は、移動硬化則を用いなくとも、応力履歴の影響を考慮した構造テンソルにより変換された修正応力テンソルを用いることで応力誘導異方性の表現は可能であると指摘している。すなわち、(c)に示すように異方性の発達・消散に応じて通常の応力 $\sigma_{ij}$ を修正して用いることにより、等方硬

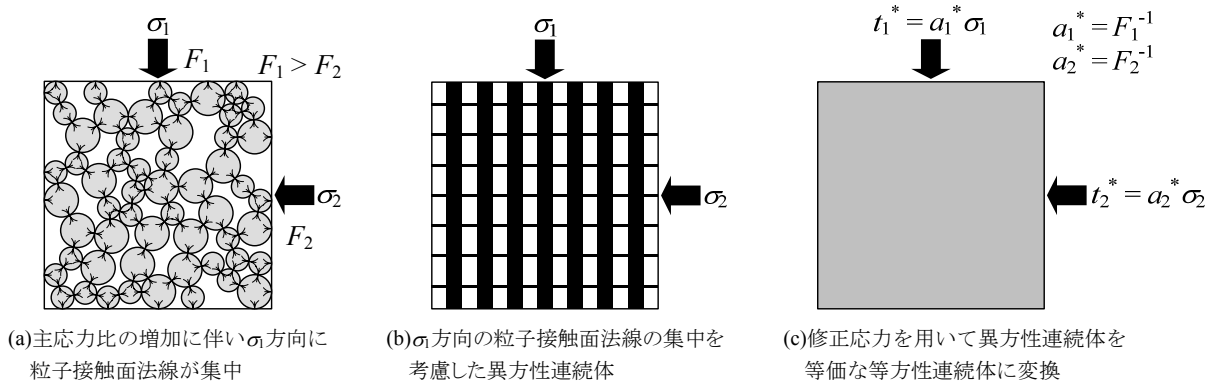


図 2 応力誘導異方性と修正応力による表現

化モデルを用いて誘導異方性の影響を記述する。いま、構造テンソル $F_{ij}$ の逆テンソルを $a_{ij}^* (= F_{ij}^{-1})$ とすると、次式で定義される修正応力テンソル $t_{ij}^*$ を用いることで粒状体の誘導異方性は記述できる。

$$t_{ij}^* = \frac{a_{ik}^* \sigma_{kj} + \sigma_{ik} a_{kj}^*}{2} \quad (5)$$

しかしながら、種々の応力経路下で構造テンソル $F_{ij}$ （もしくは修正応力テンソル $t_{ij}^*$ ）の変化を定量的に評価するのは難しく、このような考えに基づいて定式化され、初期値・境界値問題に適用可能な構成モデルはこれまで開発されていない。

これに対して、筆者らは前章で説明した修正応力 $t_{ij}$ と応力誘導異方性の関係に着目する。佐武は光弾性実験の結果より、それ以前にせん断履歴を受けていない土の構造テンソル $F_{ij}$ の主値は、除荷や載荷方向の変化のない単調な応力経路下では、応力テンソル $\sigma_{ij}$ の主値と概ね以下の関係式を満足することを示している。

$$\frac{F_i}{F_j} \equiv \left( \frac{a_i^*}{a_j^*} \right)^{-1} \approx \left( \frac{\sigma_i}{\sigma_j} \right)^{0.5} \quad (i, j=1,2,3) \quad (6)$$

式(6)は、Maeda and Hirabayashi<sup>12)</sup>による2次元個別要素解析でも粒子特性や密度、応力レベルによらず成立することが示されている。一方、式(2)より中間主応力を考慮するために導入された修正応力 $t_{ij}$ への変換テンソル $a_{ij}^*$ の主値については次式が導かれている。

$$\frac{a_i}{a_j} = \left( \frac{\sigma_i}{\sigma_j} \right)^{-0.5} \quad (i, j=1,2,3) \quad (7)$$

いま、 $a_{ij}$ と $a_{ij}^*$ の共軸性を仮定すると、式(6)、(7)より単調載荷時（三軸圧縮、三軸伸張および中間主応力係数 $b = (\sigma_2 - \sigma_3)/(\sigma_1 - \sigma_3) =$ 一定のような載荷を単調載荷とし、それ以外の載荷を非単調載荷とする。）では $a_{ij}$ と $a_{ij}^*$ が一致することは明らかである。すなわち、単調な応力経路下では地盤材料にみられる中間主応力の影響（ $a_{ij}$ ）は応力誘導異方性（ $a_{ij}^*$ ）の結果として表れると考えることができ、本質的に同じといえる。よって、修正応力テンソル $t_{ij}$ は単調な載荷経路下における誘導異方性を反映させた力学変量であることが分かる。したがって、修正応力 $t_{ij}$ （あるいは変

換テンソル $a_{ij}$ ）を一般的な応力条件下で応力履歴の影響を考慮した修正応力 $t_{ij}^*$ （あるいは変換テンソル $a_{ij}^*$ ）に拡張できれば、表 1 に示したような応力とひずみ増分のパラメータを利用して、応力誘導異方性を簡単な等方硬化モデルの範疇で記述することが可能となる。

#### 4. 応力誘導異方性を考慮した修正応力 $t_{ij}^*$

本章では、中間主応力を考慮した修正応力 $t_{ij}$ を、一般的な応力条件下で応力履歴の影響も考慮できる修正応力 $t_{ij}^*$ に拡張する。なお、応力誘導異方性の発展・消散は、修正応力 $t_{ij}^*$ （あるいは変換テンソル $a_{ij}^*$ ）の発展則により表現されるが、本研究ではこれを過去の実験事実を参考にしながら規定する。つづいて、提案手法の適用の一例として、修正応力 $t_{ij}^*$ を等方硬化型 subloading  $t_{ij}$  model<sup>7)</sup>に適用し、提案手法の特徴について説明する。

##### 4.1 応力誘導異方性に関する実験事実と修正応力 $t_{ij}^*$ の発展則

修正応力 $t_{ij}$ は中間主応力の影響、すなわち単調載荷経路下における誘導異方性の影響を適切に考慮したテンソル $a_{ij}$ で変換した応力テンソルである。ここでは、従来の変換テンソル $a_{ij}$ を新たな変換テンソル $a_{ij}^*$ へと拡張し、中間主応力と応力の載荷方向が任意に変化する時の応力履歴の影響を統一的に考慮できる物理量 $t_{ij}^*$ を導く。変換テンソル $a_{ij}^*$ の発展則は、過去の実験事実を考慮して以下のような条件を満足するように規定する。

(a) 除荷時には、土粒子の接触構造はほとんど変化しない。

$$da_{ij}^* = 0 \quad \text{when reversal loading} \quad (d\varepsilon_{ij}^p = 0) \quad (8)$$

(b) 単調載荷時には、 $a_{ij}^*$ は $a_{ij}$ に一致する。

$$a_{ij}^* = a_{ij} \quad \& \quad da_{ij}^* = da_{ij} \quad \text{when monotonic loading} \quad (d\varepsilon_{ij}^p \neq 0) \quad (9)$$

(c) 非単調な載荷（異なる方向へのせん断履歴など）を与えると、その後の載荷において土は応力履歴の影響を受ける。

$$da_{ij}^* \neq da_{ij} \quad \text{when non-monotonic loading} \quad (d\varepsilon_{ij}^p \neq 0) \quad (10)$$

(d) 複雑な荷重を受けていても、破壊時には応力履歴の影響が消失し、単調荷重時と同様の強度・変形特性をなす<sup>11)</sup>。つまり、 $a_{ij}^*$ と $a_{ij}$ の差(応力履歴の影響)は塑性変形の進展とともに徐々に小さくなり、やがて一致して単調荷重時と同様に破壊に至る。

$$da_{ij}^* \supset \left\| d\varepsilon_{ij}^p \right\| \cdot (a_{ij} - a_{ij}^*) \quad (d\varepsilon_{ij}^p \neq 0) \quad (11)$$

ここに、式(11)中の $\supset$ は“ $A \supset B$ ; AはBの項を含む”を表す。以上の実験事実(a)~(d)を満足する $a_{ij}^*$ の発展則の一つとして、次式が与えられる。

$$da_{ij}^* = k da_{ij} + l(a_{ij} - a_{ij}^*) \quad (12)$$

式(12)の右辺第1項の $k$ は、単調荷重( $k=1$ )、非単調荷重( $0 < k < 1$ )および除荷時( $k=0$ )を区別する係数であり、荷重方向の変化による応力履歴の影響の有無やその程度の変化(実験事実(a), (b), (c); 式(8), (9), (10))を考慮する。つまり、単調荷重経路下( $k=1$ )では $a_{ij}^*$ は $a_{ij}$ と同様に変化( $da_{ij}^* = da_{ij}$ )し、修正応力 $t_{ij}^*$ は従来の $t_{ij}$ に一致する。また、非単調な荷重経路( $0 < k < 1$ )では $a_{ij}^*$ は $a_{ij}$ と異なる変化( $da_{ij}^* \neq da_{ij}$ )をすることで、応力履歴の影響が表れる。このような条件を満足する $k$ として、

$$k = \cos \frac{\alpha}{2} \quad (13)$$

を用いる。 $\alpha$ は修正応力 $t_{ij}^*$ の応力比テンソル $x_{ij}^*$ (後述の表2参照)とその増分 $dx_{ij}^*$ のなす角であり、

$$\alpha = \cos^{-1} \left( \frac{x_{ij}^* dx_{ij}^*}{\sqrt{x_{kl}^* x_{kl}^* dx_{mn}^* dx_{mn}^*}} \right) \quad (14)$$

と表される。式(13), (14)を用いることで、図3に示すように $x_{ij}^*$ と $dx_{ij}^*$ の方向が一致するとき単調荷重( $\alpha=0, k=1$ )、逆方向のとき除荷( $\alpha=\pi, k=0$ )、それ以外を非単調荷重( $0 < \alpha < \pi, 0 < k < 1$ )と荷重方向を判別できる。ただし、式(13)は現応力と過去の荷重履歴から求める $x_{ij}^*$ と応力比増分 $dx_{ij}^*$ から単調・非単調荷重の判定を与えており、塑性

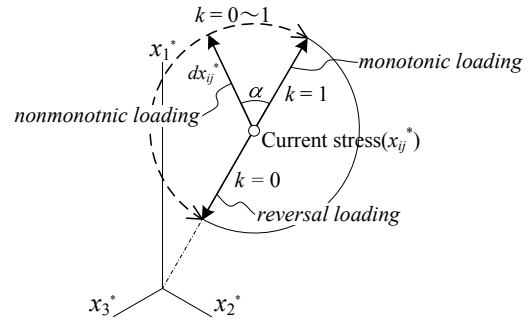


図3  $\theta$ の定義とその範囲

変形の有無を示す式(28)のブラケットとは異なることに注意されたい。式(8)の右辺第2項は応力履歴の影響の解消を表し、非単調な荷重によって $a_{ij}^*$ と $a_{ij}$ (あるいは $t_{ij}^*$ と $t_{ij}$ )が異なるテンソルとなっている場合に、 $a_{ij}^*$ と $a_{ij}$ の距離を縮める働きをする。応力履歴の影響は破壊に近づくほど解消される(実験事実(d); 式(11))ことから、解消速さを表す係数 $l$ は塑性ひずみ増分のノルムを用いて次式で与える。

$$l = \mu \sqrt{d\varepsilon_{kl}^p d\varepsilon_{kl}^p} \quad (15)$$

ここで、 $\mu$ は応力履歴の影響の解消速さを表す材料パラメータである。このように、式(12)右辺の第1項は応力履歴の影響の発達、第2項は解消を表す。なお、式(12)の $da_{ij}$ は、式(2)より式(16), (17)で与えられる。

$$da_{ij} = \frac{\partial a_{ij}}{\partial \sigma_{kl}} d\sigma_{kl} = \left( \frac{\partial a_{ij}}{\partial I_2} \frac{\partial I_2}{\partial \sigma_{kl}} + \frac{\partial a_{ij}}{\partial I_3} \frac{\partial I_3}{\partial \sigma_{kl}} + \frac{\partial a_{ij}}{\partial r_{mn}} \frac{\partial r_{mn}}{\partial \sigma_{kl}} \right) d\sigma_{kl} \quad (16)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial a_{ij}}{\partial I_2} &\equiv -\frac{a_{ij}}{2I_2}, & \frac{\partial I_2}{\partial \sigma_{ij}} &\equiv \sigma_{kk} \delta_{ij} - \sigma_{ji} \\ \frac{\partial a_{ij}}{\partial I_3} &\equiv \frac{a_{ij}}{2I_3}, & \frac{\partial I_3}{\partial \sigma_{ij}} &\equiv \frac{1}{2} e_{ikl} e_{jst} \sigma_{ks} \sigma_{lt} \\ \frac{\partial a_{ij}}{\partial r_{kl}} &\equiv \sqrt{\frac{I_3}{I_2}} \delta_{ik} \delta_{jl}, & \frac{\partial r_{ij}}{\partial \sigma_{kl}} &\equiv (\delta_{ik} r_{jl} + \delta_{jl} r_{ik})^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

表2 通常の弾塑性モデル、修正応力 $t_{ij}$ および修正応力 $t_{ij}^*$ で用いられる応力およびひずみ増分パラメータの比較

	ordinary concept	$t_{ij}$ concept	$t_{ij}^*$ concept
transform tensor to modified stress	-	$a_{ij}$	$a_{ij}^*$
stress tensor	$\sigma_{ij}$	$t_{ij} = a_{ik} \sigma_{kj}$	$t_{ij}^* = (a_{ik}^* \sigma_{kj} + \sigma_{ik} a_{kj}^*) / 2$
unit tensor normal to reference plane	$\delta_{ij}$ (Oct. plane)	$a_{ij}$ (SMP)	$a_{ij}^{\#}$
mean stress	$p = \sigma_{ij} \delta_{ij} / 3$	$t_N = t_{ij} a_{ij}$	$t_N^* = t_{ij}^* a_{ij}^{\#}$
deviatoric stress tensor	$s_{ij} = \sigma_{ij} - p \delta_{ij}$	$t'_{ij} = t_{ij} - t_N a_{ij}$	$t'^*_{ij} = t_{ij}^* - t_N^* a_{ij}^{\#}$
deviatoric stress	$q = \sqrt{(3/2) s_{ij} s_{ij}}$	$t_S = \sqrt{t'_{ij} t'_{ij}}$	$t_S^* = \sqrt{t'^*_{ij} t'^*_{ij}}$
stress ratio tensor	$\eta_{ij} = s_{ij} / p$	$x_{ij} = t'_{ij} / t_N$	$x_{ij}^* = t'^*_{ij} / t_N^*$
stress ratio	$\eta = q / p = \sqrt{\eta_{ij} \eta_{ij}}$	$X = t_S / t_N = \sqrt{x_{ij} x_{ij}}$	$X^* = t_S^* / t_N^* = \sqrt{x_{ij}^* x_{ij}^*}$
strain increment normal to reference plane	$d\varepsilon_v = d\varepsilon_{ij} \delta_{ij}$	$d\varepsilon_N = d\varepsilon_{ij} a_{ij}$	$d\varepsilon_N^* = d\varepsilon_{ij} a_{ij}^{\#}$
deviatoric strain increment tensor	$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij} - d\varepsilon_v \delta_{ij} / 3$	$d\varepsilon'_{ij} = d\varepsilon_{ij} - d\varepsilon_N a_{ij}$	$d\varepsilon'^*_{ij} = d\varepsilon_{ij} - d\varepsilon_N^* a_{ij}^{\#}$
strain increment parallel to reference plane	$d\varepsilon_d = \sqrt{(2/3) d\varepsilon_{ij} d\varepsilon_{ij}}$	$d\varepsilon_S = \sqrt{d\varepsilon'_{ij} d\varepsilon'_{ij}}$	$d\varepsilon_S^* = \sqrt{d\varepsilon'^*_{ij} d\varepsilon'^*_{ij}}$
flow rule	$d\varepsilon_{ij}^p = \Lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}$	$d\varepsilon_{ij}^p = \Lambda \frac{\partial f}{\partial t_{ij}}$	$d\varepsilon_{ij}^p = \Lambda \frac{\partial f}{\partial t_{ij}^*}$

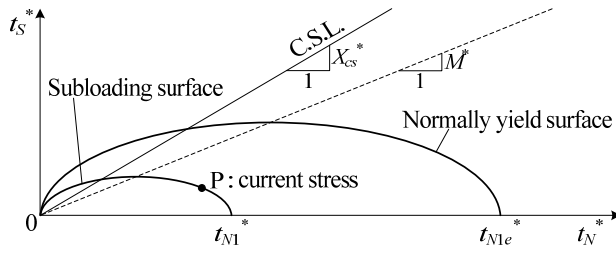
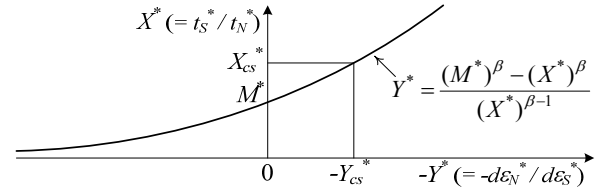


図 4 降伏曲面 (正規降伏曲面, 下負荷面)


 図 5 応力比( $X^*$ )~ダイレイタンスー( $Y^*$ )関係

最後に、ここで規定した発展則を用いて得た変換テンソル  $a_{ij}^*$  と応力テンソル  $\sigma_{ij}$  を式(5)に代入すれば、中間主応力も含めて応力履歴の影響を考慮した修正応力テンソル  $t_{ij}^*$  が得られる。

#### 4.2 修正応力 $t_{ij}^*$ の応力およびひずみ増分パラメータ

修正応力  $t_{ij}$  の概念<sup>1)</sup>では、 $\sigma_{ij}$  から修正応力  $t_{ij}$  への変換だけでなく、 $t_{ij}$  とひずみ増分  $d\varepsilon_{ij}^p$  を修正応力空間における応力パラメータ ( $t_N, t_s$ ) とひずみ増分パラメータ ( $d\varepsilon_N^*, d\varepsilon_s^*$ ) に変換する際にも  $a_{ij}$  を用いる。一方、提案手法では  $a_{ij}^*$  と  $t_{ij}^*$  が必ずしも共軸ではないため、等方硬化則に則って構成モデルを展開するには、 $t_{ij}^*$  と共軸な単位テンソル  $a_{ij}^\#$  を新たに導入し、応力およびひずみ増分の分解に用いる。

従来の修正応力  $t_{ij}$  の概念において、変換テンソル  $a_{ij}$  を修正応力  $t_{ij}$  で与えるのと同様の関数形を用いて、変換テンソル  $a_{ij}^\#$  は修正応力  $t_{ij}^*$  の関数として式(18)で与えられる。

$$a_{ij}^\# = \frac{I_{I3}^*}{\sqrt{I_{I2}^{*2} - 2I_{I1}^* I_{I3}^*}} t_{ij}^{*-1} \quad (18)$$

ここに、 $I_{I1}^*, I_{I2}^*, I_{I3}^*$  は  $t_{ij}^*$  の第 1~3 不変量である

$$\left. \begin{aligned} I_{I1}^* &= t_1^* + t_2^* + t_3^* = t_{ii}^* \\ I_{I2}^* &= t_1^* t_2^* + t_2^* t_3^* + t_3^* t_1^* = \frac{1}{2} \left( t_{ii}^{*2} - t_{ij}^* t_{ji}^* \right) \\ I_{I3}^* &= t_1^* t_2^* t_3^* = e_{ijk} t_{i1}^* t_{j2}^* t_{k3}^* \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

式(18)で求めた  $a_{ij}^\#$  により、修正応力  $t_{ij}$  の概念と同様、 $t_{ij}^*$  および  $d\varepsilon_{ij}^p$  を修正応力  $t_{ij}^*$  空間で応力およびひずみ増分パラメータに分解できる。修正応力  $t_{ij}^*$  の概念における応力・ひずみ増分パラメータを表 2 にまとめる。

#### 4.3 修正応力 $t_{ij}^*$ の等方硬化型弾塑性モデルへの適用

新しい修正応力テンソル  $t_{ij}^*$  を等方硬化型 subloading  $t_{ij}$  model<sup>7)</sup>に適用し、中間主応力と応力履歴の影響を統一的に説明できるモデルへと拡張する。なお、subloading  $t_{ij}$  model の詳細の説明は参考文献<sup>7)</sup>に譲り、ここでは一般的な弾塑性モデルに対する  $t_{ij}^*$  の適用方法を説明する。

まず、提案モデルの降伏関数は一般的な土の弾塑性モデルと同様に、平均応力の対数と応力比の増加関数の和で定義される。subloading  $t_{ij}$  model の降伏関数を  $t_{ij}^*$  の応力パラメータで置き換えると、

$$f = \ln t_N^* + \zeta(X^*) - \ln t_{N1}^* = \ln \frac{t_N^*}{t_{N0}^*} + \frac{1}{\beta} \left( \frac{X^*}{M^*} \right)^\beta - \ln \frac{t_{N1}^*}{t_{N0}^*} = 0 \quad (20)$$

が得られる。ここに、 $\beta$  は降伏面の形状を決める材料パラメータであり、 $\beta = 1$  のとき  $f$  は Original Cam clay model と同じ関数となる。 $t_{N1}^*$  は  $X^* = 0$  かつ  $f = 0$  での  $t_N^*$  の値であり、降伏面の大きさを表す。図 4 に  $t_N^* - t_s^*$  平面における降伏面の形状を示す。式(20)の  $M^*$  の値は、限界状態における応力比  $X_{CS}^* (= (t_s^*/t_N^*)_{CS})$  および塑性ひずみ増分比  $Y_{CS}^* (= (d\varepsilon_N^*/d\varepsilon_s^*)_{CS})$  を用いて次のように与えられる<sup>7)</sup>。

$$M^* = \left( X_{CS}^{*\beta} + X_{CS}^{*\beta-1} Y_{CS}^* \right)^{1/\beta} \quad (21)$$

$X_{CS}^*$  と  $Y_{CS}^*$  は、三軸圧縮条件での限界状態の主応力比  $R_{CS} = (\sigma_1/\sigma_3)_{CS(\text{comp.})}$  により以下のように表される。

$$X_{CS}^* = \frac{\sqrt{2}}{3} \left( \sqrt{R_{CS}} - \frac{1}{\sqrt{R_{CS}}} \right) \quad (22)$$

$$Y_{CS}^* = \frac{1 - \sqrt{R_{CS}}}{\sqrt{2}(\sqrt{R_{CS}} + 0.5)} \quad (23)$$

ここで  $t_{ij}^*$  と  $d\varepsilon_{ij}^p$  の共軸性を仮定し、式(24)および図 5 に示すような応力比~ダイレイタンスー関係を得る。

$$Y^* = \frac{M^{*\beta} - X^{*\beta}}{X^{*\beta-1}} \quad (24)$$

修正応力  $t_{ij}^*$  空間で関連流れ則を仮定すると、塑性ひずみ増分テンソルが得られる。

$$d\varepsilon_{ij}^p = \Lambda \frac{\partial f(t_{ij}^*, a_{ij}^\#)}{\partial t_{ij}^*} \quad (25)$$

ここに、 $\Lambda$  は塑性ひずみ増分の大きさを表す係数である。 $t_{N1}^*$  は硬化パラメータであり、塑性体積ひずみと以下のように関係付ける。

$$\varepsilon_v^p = C_p \ln \frac{t_{N1}^*}{t_{N0}^*} \quad \left( C_p = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \right) \quad (26)$$

式(26)は正規圧密土の塑性体積ひずみが現応力によって決まり、過去の応力経路に無関係であるという仮定に基づく。ここに、 $e_0$  は  $X^* = 0$  で  $t_N^* = p = t_{N0}^*$  での間隙比である。

式(20)の適応条件より次式を得る。

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial f}{\partial a_{ij}^\#} da_{ij}^\# - \frac{1}{C_p} d\varepsilon_v^p = 0 \quad (27)$$

式(27)では、従来の  $t_{ij}$  モデルと異なり、変換テンソル  $a_{ij}^\#$  が応力履歴にも依存するため、応力テンソル  $\sigma_{ij}$  とは独立であることに注意が必要である。式(12), (13), (14), (15), (16) を代入し、変形すると塑性係数  $\Lambda$  が得られる。

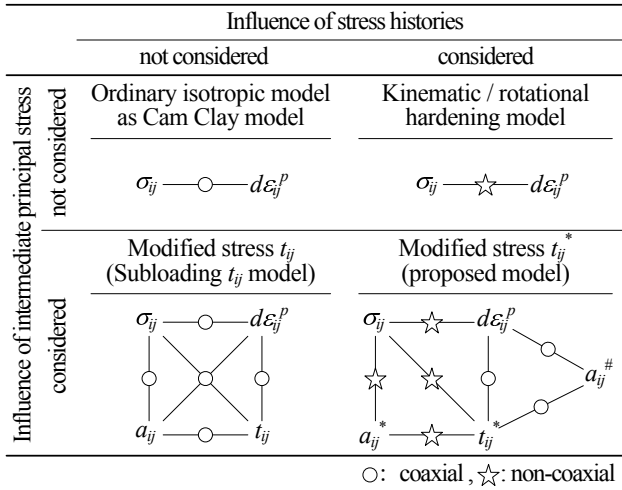


図 6 提案手法と従来モデルの比較

表 3 構成パラメータと Leighton Buzzard 砂の値

$\lambda$	0.0320	
$\kappa$	0.0020	
$e_{NC}$ at $p=98$ kPa & $q=0$ kPa	1.05	Same parameters as Cam clay model
$R_{cs} = (\sigma_1/\sigma_3)_{cs(comp)}$	2.6	
$v_e$	0.2	
$\beta$	1.6	Shape of yield surface (same as original Cam clay at $\beta=1$ )
$a$	$\frac{a_{AF}}{a_{IC}} = \frac{15}{85}$	Influence of density and confining pressure
$\mu$	40.0	Influence of stress history

$$\Lambda = \left\langle \frac{\left( \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} + \frac{\partial f}{\partial a_{kl}^*} \frac{\partial a_{kl}^*}{\partial \sigma_{ij}} \right) d\sigma_{ij}}{\frac{1}{C_p} \frac{\partial f}{\partial t_{ii}^*} - \mu \frac{\partial f}{\partial a_{ij}^*} (a_{ij}^* - a_{ij}) \left\| \frac{\partial f}{\partial t_{mn}^*} \right\|} \right\rangle = \left\langle \frac{n_{ij}^* d\sigma_{ij}}{h_p} \right\rangle \quad (28)$$

分母の  $h_p$  は塑性成分の剛性を表す塑性係数である。一方、弾性ひずみ増分は一般的なフックの法則に従うとする。

$$d\sigma_{ij} = D_{ijkl}^e d\varepsilon_{kl} \quad (29)$$

$D_{ijkl}^e$  は弾性剛性テンソルであり、次式で表される。

$$D_{ijkl}^e = \frac{E_e}{1+\nu_e} \delta_{ik} \delta_{jl} + \frac{\nu_e E_e}{(1+\nu_e)(1-2\nu_e)} \delta_{ij} \delta_{kl} \quad (30)$$

ここに弾性係数率  $E_e$  は、膨潤指数  $\kappa$  とポアソン比  $\nu_e$  により次式で与えられる。

$$E_e = \frac{3(1-2\nu_e)(1+e_0)p}{\kappa} \quad (31)$$

最後に、応力とひずみの増分関係は次式のように導かれる。

$$d\sigma_{ij} = D_{ijkl}^{ep} d\varepsilon_{kl} \quad (32)$$

ここに、弾塑性剛性テンソル  $D^{ep}$  は次式で表される。

$$D_{ijkl}^{ep} = D_{ijkl}^e - \frac{D_{ijmn}^e \left\langle \frac{\partial f}{\partial t_{mn}^*} n_{op}^* D_{opkl}^e \right\rangle}{h_p + n_{ij}^* D_{qrst}^e \frac{\partial f}{\partial t_{st}^*}} \quad (33)$$

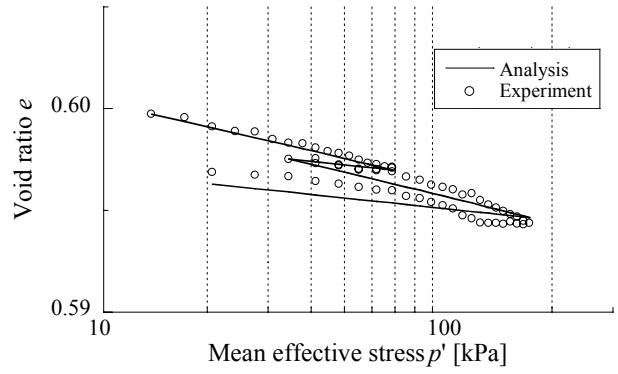


図 7 等方圧密試験

#### 4.4 提案手法の特徴と利点

任意応力経路下における構造変化を反映する修正応力  $t_{ij}^*$  を導入した等方硬化型の subloading  $t_{ij}$  model (以下、提案モデルと呼ぶ) と他のモデルの特徴の比較を図 6 に示す。提案モデルは、通常の応力テンソルの代わりに誘導異方性を考慮した 2 階のテンソル  $a_{ij}^*$  で変換した修正応力  $t_{ij}^*$  を用いることで、移動硬化則や回転硬化則に依ることなく、等方硬化則を仮定しても、応力誘導異方性 (中間主応力と応力履歴) の影響を簡潔かつ統一的に表現できる。また、修正応力  $t_{ij}^*$  空間で等方硬化則を仮定しているため、 $t_{ij}^*$  と塑性ひずみ増分テンソル  $d\varepsilon_{ij}^p$  の共軸性を保ったまま、応力テンソル  $\sigma_{ij}$  と  $d\varepsilon_{ij}^p$  の非共軸性を表現できる。加えて、提案手法は以下に示す subloading  $t_{ij}$  model の利点をそのまま残している。

- (a) 塑性ひずみ増分を、修正応力空間で関連流動則に従う成分  $d\varepsilon_{ij}^{p(AF)}$  と等方的な圧縮成分  $d\varepsilon_{ij}^{p(IC)}$  に分ける<sup>13)</sup>ことで、塑性ひずみ増分の応力経路依存性を考慮する。
- (b) 下負荷面の概念<sup>14)</sup>を導入することで、密度や拘束圧の影響を考慮できる。

最後に、提案モデルの構成パラメータを表 3 に示す。提案手法で新たに追加したパラメータは、塑性変形に伴う応力履歴の影響の消散速さを表すパラメータ  $\mu$  のみである。

#### 5. 提案手法による解析値と実験値の比較

提案モデルを用いて、中密な Leighton Buzzard 砂 ( $e_{max} = 0.815$ ,  $e_{min} = 0.516$ ,  $G_s = 2.66$ ,  $D_r = 72\%$ ) の三主応力試験<sup>2), 3)</sup> の解析を行い、実験値および subloading  $t_{ij}$  model による解析値と比較することでその適用性を検証する。この試験では、4 種類の応力レベル ( $p = 13.8, 34.5, 55.2, 69.0$  kPa) に対して平均応力一定条件で様々な応力経路を与え、計 97 パターンが実施されている。本論文では、典型的な幾つかの応力経路について結果の比較を示す。なお、Nakai and Wood<sup>3)</sup> は修正応力  $t_{ij}$  と移動硬化則を組み合わせた弾塑性モデルが同試験をよくシミュレートすることを示しているが、本研究では修正応力のみで統一的に記述できることを示す。

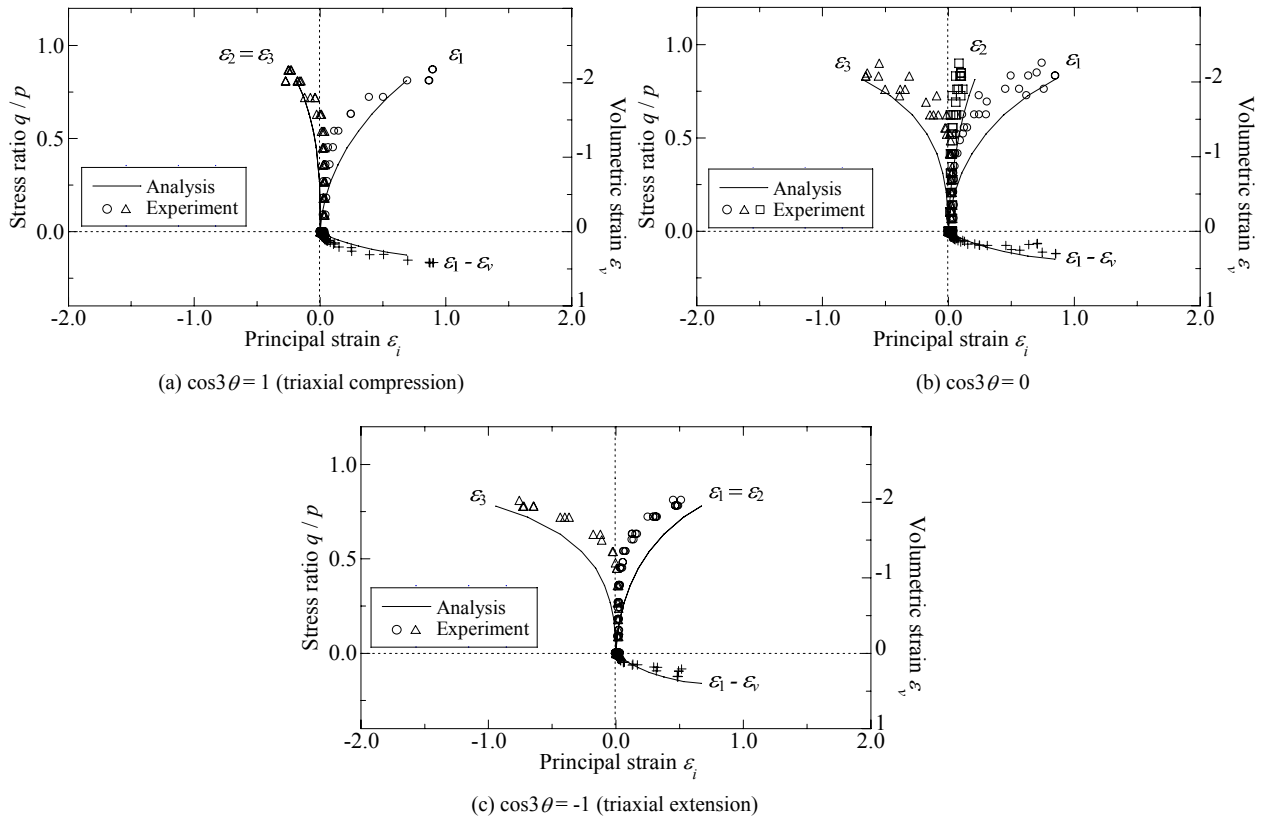


図 8 Lode 角  $\theta$  一定三主応力試験 ( $p = 34.5$  kPa)

表 3 に示す Leighton Buzzard 砂の構成パラメータは、等方圧縮試験から圧縮指数  $\lambda$ 、膨潤指数  $\kappa$ 、参照間隙比  $e_{NC}$  および応力経路依存の密度の影響を表す  $a_{IC}$  を決定し、Lode 角 ( $\theta = 0 \sim \pi/3$ ) 一定条件での三主応力試験の結果 (通常は三軸圧縮試験) より残留強度  $R_{CS}$ 、降伏関数の形状を決めるパラメータ  $\beta$ 、密度の影響を表す  $a_{AF}$  を設定した。これらのパラメータを設定後、三軸条件で圧縮 (側にせん断履歴を与えた) 後、伸張側へと载荷する典型的な逆振り载荷試験より、変換テンソル  $a_{ij}^*$  の発展則 (式(12), (15)) で応力履歴の影響の消散速度を表すパラメータ  $\mu$  を三軸圧縮・伸張条件下の载荷除荷試験より決定した。

図 7 に等方圧縮試験、図 8 に三主応力試験の結果と解析値の比較を示す。図 7, 図 8 より、解析値は実験値を概ね捉えている。また、ここで示すような単調な载荷経路下では、修正応力  $t_{ij}$  と  $t_{ij}^*$  が常に一致するため、提案モデルと subloading  $t_{ij}$  model による解は同一である。なお、図 8 の各図には主応力方向を入れ替えて実施した複数の実験値を示しているが、同一応力経路では主応力方向によらずほぼ同じ結果であるため、供試体は初期異方性を持たないことが確認できる。

図 9~図 13 に平均応力  $p = 34.5$  kPa での三主応力試験の結果と対応する解析値を示す。図 9, 図 11 は主ひずみ  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$  と応力比  $q/p$  および体積ひずみ  $\varepsilon_v$  の関係であり、プロットは実験値、破線は subloading  $t_{ij}$  model による解析値、実線は提案モデルによる解析値を表している。図 10,

図 12, 図 13 は正八面体面での応力経路とせん断ひずみ増分であり、矢印の方向はせん断ひずみ増分の方向、長さは応力比の増分に対するせん断ひずみ増分の比を表す。

図 9, 図 10 は、等方応力状態の A ( $(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z) = (34.5, 34.5, 34.5)$  kPa) から偏差応力面上を半径方向に B ( $(51.1, 17.9, 34.5)$  kPa) までせん断した後、C ( $(55.2, 15.9, 32.4)$  kPa) へ応力経路を与え、さらに 1 時および 7 時方向に応力変化を与えた試験の結果である (正八面体上の応力経路は図 10 を参照)。図 9 より、subloading  $t_{ij}$  model および提案モデルはせん断初期の剛性を実測値よりやや小さめに見積もるものの、砂の典型的な強度特性やダイレイタンスー特性を概ね表現できることがわかる。両図の(a)に示した応力経路 ABC1 では、常に弾塑性挙動を呈する载荷方向へと応力変化が与えられるため、提案モデルと subloading  $t_{ij}$  model では、ほぼ同じ解が得られる。一方、(b)に示した応力経路 ABC7 では、C から 7 の応力経路で弾性変形のみが生じる除荷が起こるため、C 以降は両者による解析値が異なる。このとき、下負荷面を導入している subloading  $t_{ij}$  model でも逆振り载荷に伴う塑性変形を考慮することは可能であるが、応力履歴の影響を考慮した提案モデルのほうが実測値に見られる剛性低下をよりの確に捉えていることがわかる。なお、図 10 に示す応力経路下では、両モデルから算出されるせん断ひずみ増分の方向に明確な差異はなく、ともに実測値を適切に表現している。

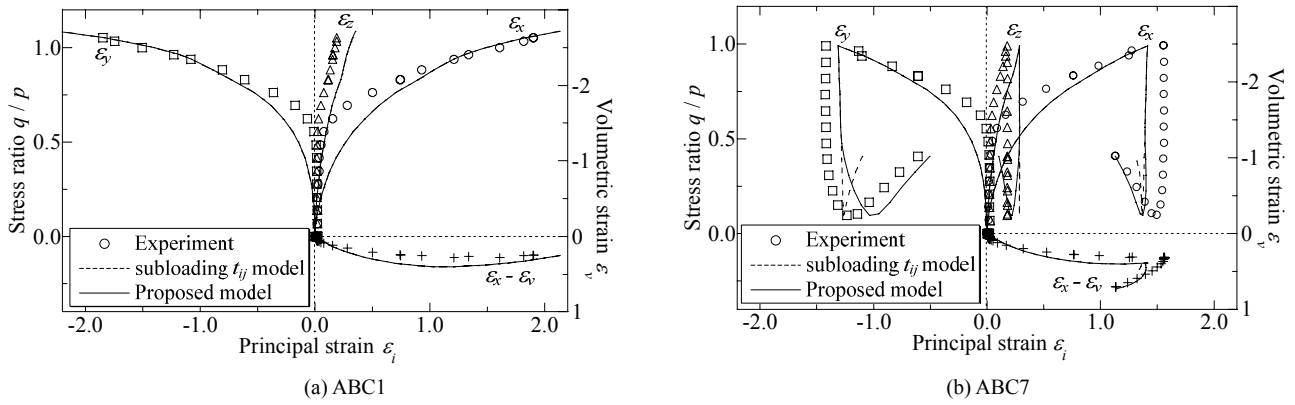


図 9 三主応力試験(経路 ABC)の応力ひずみ関係

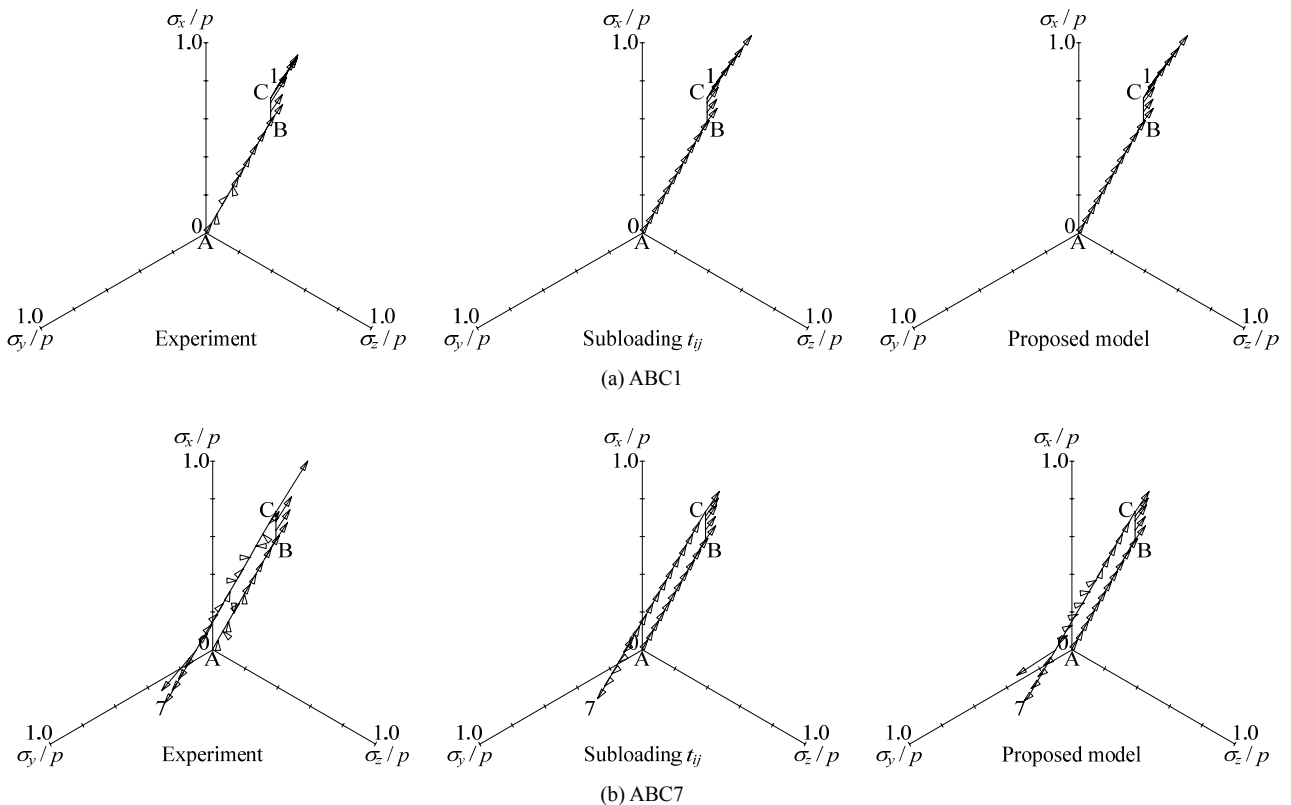


図 10 三主応力試験(経路 ABC)の応力経路およびひずみ増分方向

図 11～図 13 は、等方応力状態 A ( $(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)=(34.5, 34.5, 34.5)$  kPa) から Lode 角一定条件で C ( $(55.2, 15.9, 32.4)$  kPa) まで単調にせん断した後、I ( $(41.4, 27.6, 34.5)$  kPa) まで除荷し、1 時、4 時、7 時および 10 時の各方向に応力経路を与えた試験の結果を示している (正八面体上の応力経路は図 12, 13 を参照)。各図より、A から C の単調なせん断過程では、subloading  $t_{ij}$  model および提案モデルによる解析値は一致し、ともに応力比の増加に伴う剛性の低下など実測値を概ね捉えていることがわかる。また、同じ応力経路を等方応力の方向へ逆戻りする C から I の経路では、両モデルとも弾性変形のみを生じる除荷が起こるため、実験値に見られるせん断剛性の急激な増加を適切に記述していることがわかる。弾性変形のみ発生する C から I の応力経

路では  $a_{ij}^*$  が不変であるため、I 以降の応力経路では提案モデルと subloading  $t_{ij}$  model による解析値が異なってくる。I から 1 時方向への経路では、応力経路が再び反転するため応力比が急増する様子が実験値より確認できるが、subloading  $t_{ij}$  model では下負荷面の作用によって即座に塑性ひずみが発生し、せん断剛性が低下するため実験値を定量的に評価しているとはいえない。一方、提案モデルでは、応力経路の転換に伴う剛性の増加や応力比の増加に伴う剛性の減少を精緻に表現しており、修正応力  $t_{ij}^*$  により応力履歴の影響が適切に考慮されていることがわかる。同様の結果は、応力経路 AC14 および AC110 においても確認できる。また、これらの経路におけるせん断ひずみ増分方向に着目すると、従来の修正応力  $t_{ij}$  は中間主応力の影響を考



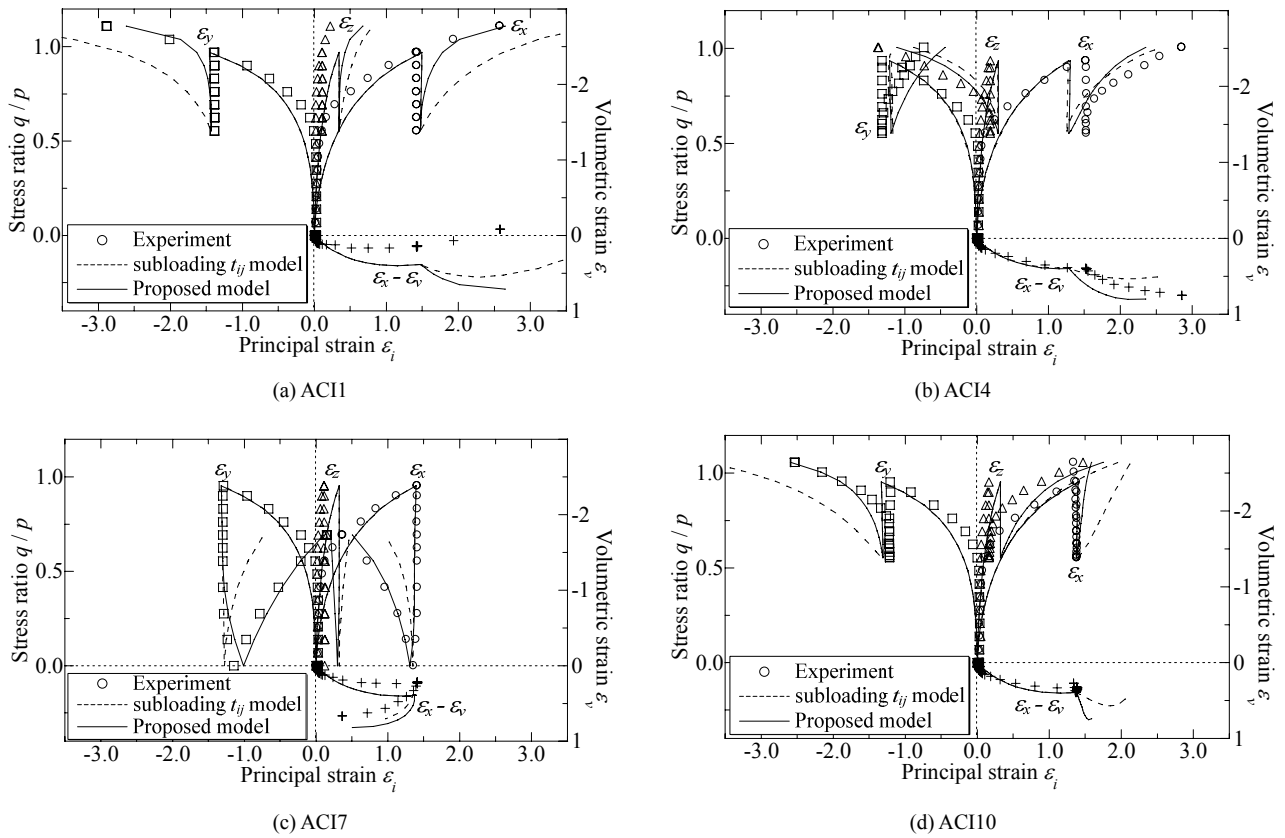


図 11 三主応力試験(経路 ACI)の応力ひずみ関係

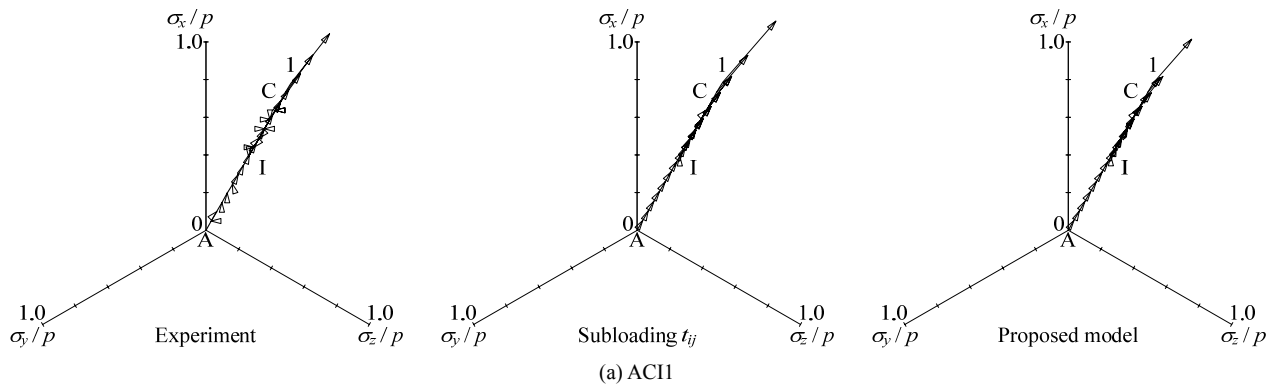


図 12 三主応力試験(経路 ACI: ACI11)の応力経路およびひずみ増分方向

慮しているため subloading  $t_{ij}$  model による解析値は、経路 ACI11 (図 12(a)) の破壊時 (高い応力比) に見られるひずみ増分方向の荷重半径方向からのずれを適切に表現している。当然のことながら、提案モデルも同様に中間主応力の影響を適切に考慮できている。また、このような三次元的な応力変化に対しては、通常の応力を用いて定式化した等方硬化モデル (たとえば Cam clay model) では応力履歴の影響のみならず、中間主応力の影響も考慮できない。さらに、ACI4 あるいは 10 時方向へのせん断時のせん断ひずみ増分方向 (図 13(b), (d)) を比較すると、subloading  $t_{ij}$  model による解析値は実験値を必ずしも捉えていないことがわかる。これは、塑性せん断ひずみ増分方向が応力状態のみにより決まる同モデルでは、応力履歴の影響を受け

た実測値を追従できないためである。一方で、提案モデルはひずみ増分方向・大きさともに実験値を的確に再現しており、応力履歴の影響を適切に考慮した 2 階のテンソル  $a_{ij}^*$  とそれにより変換した修正応力  $t_{ij}^*$  を用いれば、関連流動則を仮定したシンプルな等方硬化モデルでも、複雑な応力経路下での土の応力ひずみ関係の評価が可能であるといえる。ただし、図 11、図 13 (c) に示した応力経路 ACI7 では、subloading  $t_{ij}$  model でも、逆振りせん断に伴う塑性変形の進展を表現では、実験値に見られるような等方応力状態 A 以前の剛性低下やダイレイタンスの発生を適切に表現している。

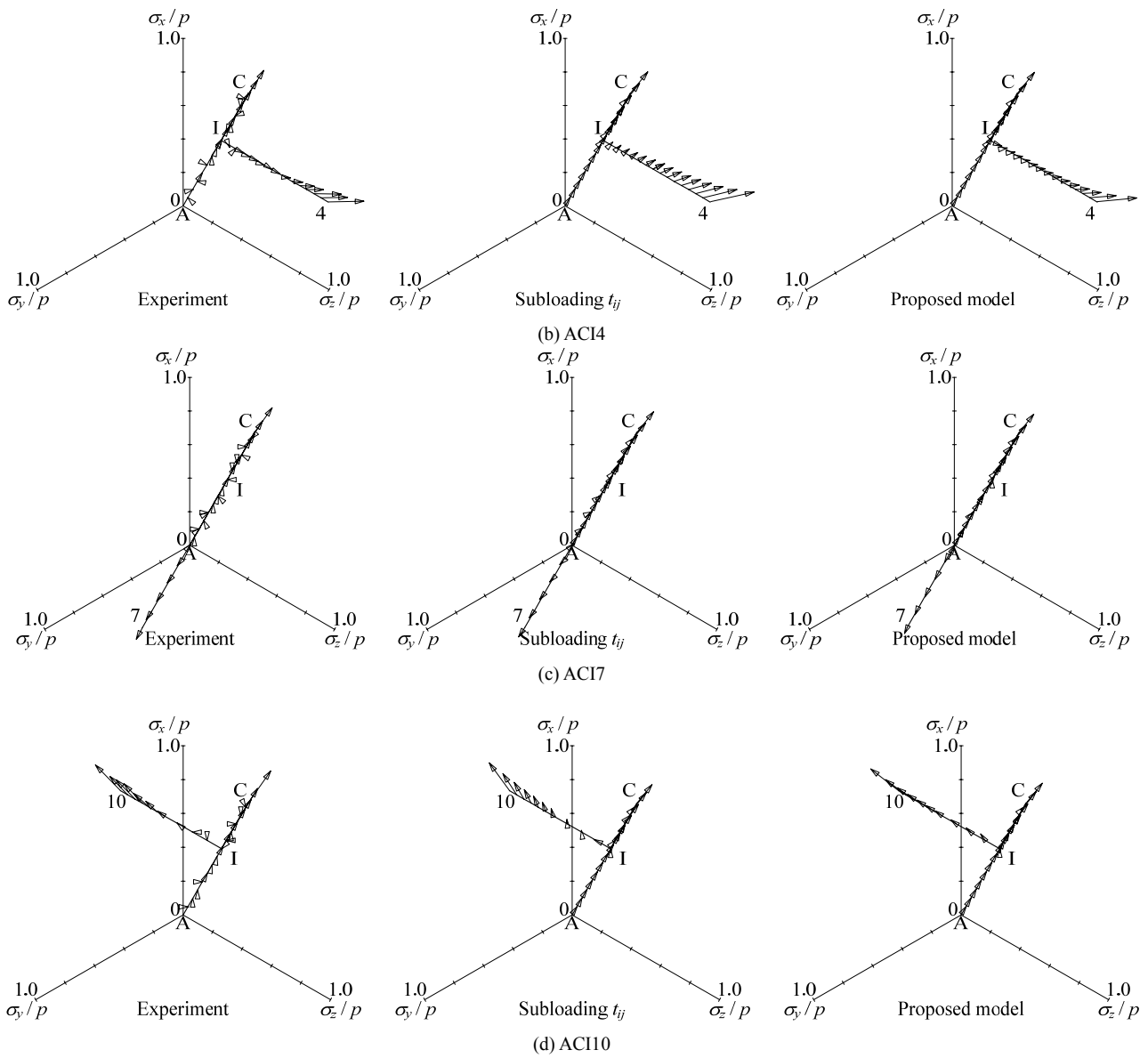


図 13 三主応力試験(経路 ACI: ACI4, 7, 10)の応力経路およびひずみ増分方向

## 6. まとめ

地盤材料の応力・ひずみ特性に対する中間主応力および任意の応力経路下における応力履歴の影響は、既往の研究においてそれぞれ個別に取り扱われてきた。それらの影響を考慮するための手法は、用いられるパラメータの物理的意味合いが不明瞭であったり、定式化が煩雑になってしまうため、任意の応力条件下における土の変形特性を適切かつ統一的に表現できるとは言えない。

これに対して本研究では、過去の実験および解析から示される“単調経路下にみられる中間主応力の影響は、誘導異方性の結果として現れる”という事実を受けて、中間主応力の影響を適切に考慮した従来の修正応力  $t_{ij}$  の利点はそのままに、応力履歴の影響も簡単かつ統一的に考慮する修正応力  $t_{ij}^*$  へと拡張させた。修正応力  $t_{ij}^*$  は応力履歴に伴

う土粒子の接触状況の変化を反映した構造テンソルを意識して変換したものであり、その物理的意味合いは明確である。本研究では、既往の検討を参照しながら  $a_{ij}^*$  が満足すべき条件について議論し、これを満足する発展則を示した。また、修正応力  $t_{ij}^*$  を既往の等方硬化型弾塑性モデルに導入し、関連流動則に従うシンプルな等方硬化モデルの範疇で応力誘導異方性を表現できることを示した。

修正応力  $t_{ij}^*$  を用いて表される提案モデルは、Leighton Buzzard 砂の三主応力試験の解析との比較によりその適用性が検証された。一連の実験結果との比較を通して、提案モデルは、従来の修正応力  $t_{ij}$  が考慮する中間主応力の影響による三次元的な土の変形・強度特性を適切に表現するとともに、正八面体上でせん断方向が任意に変化する非単調な応力経路に伴う応力履歴の影響（剛性の増減ならびにせん断ひずみ増分方向の変化）を精緻に記述することが示された。

## 参 考 文 献

- 1) Nakai, T. and Mihara, Y. : A new mechanical quantity for soils and its application to elastoplastic constitutive models, *Soils and Foundations*, vol. 24, No. 2, pp. 82-94, 1984.
- 2) Alawaji, M. M., Sture, S. and Ko, H. Y. : True triaxial and directional shear cell experiments on dry sand, Interim technical report, University of Colorado, 1987.
- 3) Nakai, T. and D. M. Wood. : Analysis of true triaxial and directional shear cell tests on Leighton Buzzard Sand, *Proc. of Int. Sym. On pre-failure deformation characteristics of geomaterials (IS-Sapporo)*, Vol.1, pp. 419-425, 1994.
- 4) Schofield, A. N. and Wroth, C. P. : *Critical state soil mechanics*, London: Mcgraw-Hill, 1968.
- 5) Matsuoka, H. and Nakai, T. : Stress-deformation and strength characteristics of soil under three different principal stresses, *Proc., JSCE*, No. 232, pp. 59-70, 1974.
- 6) Nakai, T. and Matsuoka, H. : Shear behaviors of sand and clay under three-dimensional stress condition, *Soils and Foundations*, Vol. 23, No. 2, pp. 26-42, 1983.
- 7) Nakai, T. and Hinokio, M. : A simple elastoplastic model for normally and over consolidated soils with unified material parameters, *Soils and Foundations*, Vol. 44, No. 2, pp. 53-70, 2004.
- 8) Oda, M. : The mechanism of fabric changes during compressional deformation of sand, *Soils and Foundations*, Vol. 12, No. 2, pp. 1-18, 1972.
- 9) Satake, M. : Fabric tensor in granular materials, *Proc. of IUTAM-Conference on Deformation and Failure of Granular Materials*, pp. 63-68, 1982.
- 10) 佐武 正雄: 粒状体の誘導異方性について, *応用力学論文集*, vol.7, pp.725-736, 2004.
- 11) Nakai, T., Hoshikawa, T., Hinokio, M., Yoshida, H., Korenaga, Y. and E. Q. Chowdhury. : Formulation of the influence of the density and the stress path dependency of plastic flow in sand, *Proc. of 4<sup>th</sup> Int. Conf. On Micromechanics of Granular Media (Powders and Grains 2001)*, pp. 217-221, 2001.
- 12) Maeda, K. and Hirabayashi, H. : Influence of grain properties on macro mechanical behaviors of granular media by DEM, *Applied Mechanics*, Vol. 9, pp.623-630, 2006.
- 13) Nakai, T. and Matsuoka, H. : A generalized elastoplastic constitutive model for clay in three-dimensional stresses, *Soils and Foundations*, Vol. 26, No. 3, pp. 81-98, 1986.
- 14) Hashiguchi, K. and Ueno, M. : Elastoplastic constitutive laws of granular material, *Constitutive Equations of Soils*, Murayama, S. & Schofield, A. N. (eds), *Proc. of 9th Int. Conf. Soil Mech. Found. Engrg. Spec. Ses. 9*, pp. 73-82, 1977.

(2010. 6. 16 受付)

---

---

## Description of stress-induced anisotropy of soils by modified stress within an isotropic hardening elastoplastic model

Hiroyuki KYOKAWA<sup>1</sup>, Mamoru KIKUMOTO<sup>2</sup> and Teruo NAKAI<sup>2</sup>

1 Graduate School, Department of Civil Engineering, Nagoya Institute of Technology

2 Department of Civil Engineering, Nagoya Institute of Technology

### Abstract

The various stress change with rotating principal axes act on soil in actual ground. The distribution of the interparticle contact normals, meanwhile, gradually tends to concentrate towards the direction of the major principal stress  $\sigma_1$  when that of anisotropic stress acts on soil skeleton. And then, the stiffness of soil in the direction of major principal stress relatively increases. In ordinary model, such an induced anisotropy is considered by applying kinematic / rotational hardening rule in ordinary stress space. On the other hand, a new method, in which the induced anisotropy of soil is described simple and general isotropic hardening model by applying the modified stress which reflects the fabric change due to the variations of the intermediate principal stress and the stress histories, is developed in this study. The validity of the proposed model is verified by comparison with the experimental results of true triaxial tests on medium dense sand. It is shown that the proposed model, which obeys isotropic hardening rule and follows associated flow rule in  $t_{ij}^*$  space, suitably considers the influence of the intermediate principal stress and the past stress history simultaneously and properly reproduces the test results under various complicated three-dimensional stress path.

Key words: Constitutive model, Induced anisotropy, Intermediate principal stress, Modified stress, Isotropic hardening rule