土木学会論文報告集
第 306 号・1981 年 2 月
【論　文】

任意応力径路下の土の変形挙動に関する統一的解釈

A UNIFIED LAW FOR SOIL DEFORMATION BEHAVIOR UNDER VARIOUS STRESS PATHS

中 井 照 夫*・松 岡 元**
By Teruo NAKAI and Hajime MATSUOKA

1. まえがき

有限要素法等によって地盤および土構造物の応力・変形解析を行うには，一般的な応力条件下の土の応力-ひずみ関係式を規定する必要がある．Roscoe 以後，土の一般的な応力-ひずみ関係式を求めるべく多くの研究がなされてきた．ここで一般的な応力条件というのは，本来土要素に任意の 3 次元応力が作用することを意味するが，そのような条件下の土の応力-ひずみ関係を初めから一般性をもたせて考えることは非常な困難が伴う．したがって，多くの研究は応力条件をある程度限定することによって応力-ひずみ関係式の式示を試みているようである．

Fig. 1 は 3 次元主応力空間内の 2 つの平面を示したものである．ここに，面 α は静水圧軸 (space diagonal) を含むある平面（たとえば，Rendulic 面）を，面 β は静水圧軸に垂直な平面（π 面）を表わしている．さて，従来からの任意応力径路下の土の応力-ひずみ関係に関する研究（たとえば，Roscoe らの Cambridge 学派[1),2)]，太田[3)]，龍岡[4)]，Pender[5)]，軽部[6)]など）は，面 α 上での種々の応力径路下（多くのものは三軸圧縮条件下）の土の挙動について議論をしている．一方，3 主応力を独立

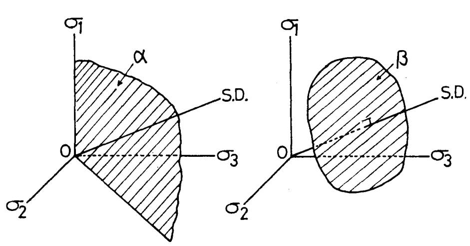

Fig. 1 Planes α and β in three dimensional stress space.

* 正会員　工修　名古屋工業大学助手　工学部土木工学科
** 正会員　工博　名古屋工業大学助教授　工学部土木工学科

に制御できる試験機の開発とともに面 α 以外の応力径路下の土の挙動についての研究（たとえば，柴田・軽部[7)]，Ko・Scott[8),9)]，Lade・Duncan[10)]，宮森[11)] など）も活発に行われるようになってきたが，ここで対象としているのは 3 主応力下の土のせん断特性であり，おもに面 β 上の議論ということになる．しかし実際の地盤においては，地盤中の土要素の応力径路が面 α や面 β 内に限られることはなく主応力空間内の任意の径路となる．ゆえに，土の応力-ひずみ関係に関する研究は，主応力空間内での任意の応力径路下の土の挙動が説明可能になったとき，その工学的意義が大きくなるといえよう．

さて，土質力学の分野では，一般に平均主応力一定のもとで応力比が変化する場合の土の挙動をせん断現象とよび，応力比一定のもとで平均主応力が変化する場合の土の挙動を圧密現象とよんでいる．3 主応力下の土のせん断挙動については，すでに 3 次元空間内の空間滑動面 (Spatial Mobilized Plane, 略称 SMP)[12),13)] に基づいた新たなひずみ増分量と空間滑動面上のせん断・垂直応力比の間にユニークな関係が存在することを見い出し，せん断時の応力-ひずみ関係式を規定している[14)]．本論文ではまず，土の圧密挙動について，異方圧密時のダイレイタンシー特性がせん断時のそれと類似していることに着目し，異方圧密時の土のひずみが等方圧密による成分とせん断同様土粒子の滑動によるダイレイタンシー成分の和で表わされると考えて，圧密時の応力-ひずみ関係式を誘導する．そして，任意応力径路下の土のひずみは前述のせん断によるひずみと，この圧密によるひずみの重ね合わせで表現できるとして，3 主応力下の一般的な応力-ひずみ関係式を規定する．次に，ここで提案した異方圧密時の応力-ひずみ関係式が 3 主応力下の土の圧密特性を妥当に説明できることを，三軸圧縮条件下，三軸伸張条件下，および相違なる 3 主応力下の異方圧密試験により検証する．また，せん断と圧密の重ね合わせで表した応力-ひずみ関係式が，任意応力径路下の土の変形

特性を統一的に説明できることを，三軸圧縮および伸張条件下の最大主応力一定試験，最小主応力一定試験，非排水試験により検証する．

なお，本論文では特に断わらない限り，応力はすべて有効応力を意味するものとする．

2．せん断時と異方圧密時の土のダイレイタンシー特性

従来より圧密によるひずみとは，応力比一定の条件のもとで平均主応力が変化する場合に生じるひずみをよんでいる．そして3主応力が等しい，すなわち主応力比が1の状態で平均主応力が増加する場合を等方圧密，主応力比が1より大きい一定値で平均主応力が増加する場合を異方圧密と名づけている．等方圧密時の圧密による体積ひずみ ϵ_v^c は，よく知られている $e\sim\log_{10}\sigma_m$ の直線関係（e：間隙比，σ_m：平均主応力）より次式で表わされる．

$$\epsilon_v^c=\frac{C_c}{1+e_o}\cdot\log_{10}\frac{\sigma_m}{\sigma_{mo}}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

ここに，C_c：圧縮指数，e_o：初期間隙比，σ_{mo}：初期平均主応力である．また，上添字 c は圧密によるひずみを意味している．そして現在までの多くの研究では，式(1)の関係が等方圧密のみならず異方圧密時にも成立することを前提として，応力-ひずみ関係式を誘導している[2),3),5),6)]．

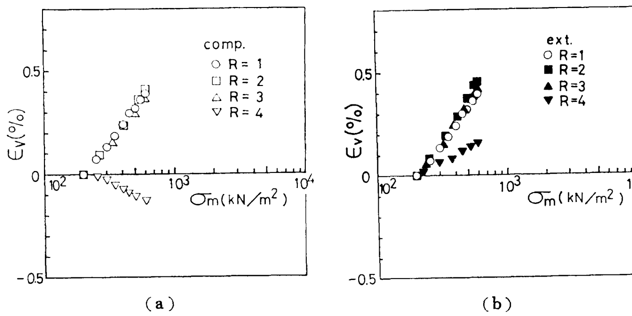

Fig. 2 Volumetric strain vs. mean principal stress relationship obtained by triaxial compression and triaxial extension tests under constant principal stress ratios on Toyoura sand.

Fig. 2 は三軸圧縮および三軸伸張条件下のやや密詰めの豊浦標準砂（初期間隙比 $e_o\doteqdot0.68$）の等方および異方圧密試験の実測値を，体積ひずみ ϵ_v-平均主応力 σ_m 関係で整理したものである．ここに，R は最大・最小主応力比 σ_1/σ_3 を表わしている．同図より，近似的にも式(1)が成立するのは等方圧密，および主応力比が小さい範囲での異方圧密に限られており，主応力比が大きい異方圧密では平均主応力の増加に対し逆に体積膨張の傾向すら示すようである．同様の傾向は El-Sohly によっても指摘されている[15)]．一方，**Fig. 3** は同じ試料について行った三軸圧縮および伸張条件下の平均主応力一定試験（せん断試験）結果を体積ひずみ ϵ_v-主応力比 σ_1/σ_3 関係で整理した結果（プロット）とせん断時の応力-ひずみ関係式による計算曲線[14)]（実線：三軸圧縮条件，一点鎖線：三軸伸張条件）を表わしている．ここで，**Fig. 2** の異方圧密試験結果（$R=2, 3, 4$）と等方圧密試験結果（$R=1$）の差が異方圧密中のダイレイタンシー特性に起因しているという立場から考察を行う．4種の主応力比の異方圧密試験の中で $R=2$ がわずかながらも圧縮側に寄っており，負のダイレイタンシーが生じていると考えられる．また，(a)，(b) の両図とも $R=4$ の実測値は $R=1$ の実測値に比べ膨張側にあり正のダイレイタンシーが生じていることになるが，三軸圧縮条件下での正のダイレイタンシーは三軸伸張条件下のそれよりも大きいという傾向も示している[注1)]．このような異方圧密中の体積ひずみの傾向は **Fig. 3** に示す平均主応力一定条件下のせん断試験の体積ひずみの傾向と比較してみると，両者のダイレイタンシー特性がきわめて類似しているのが推測されよう．つまり，**Fig. 2** の異方圧密試験と **Fig. 3** のせん断試験の主応力比と体積ひずみの関係が同じ傾向を示している．また，**Fig. 4** は三軸圧縮条件下のせん断試験および異方圧密試験結果を主応力

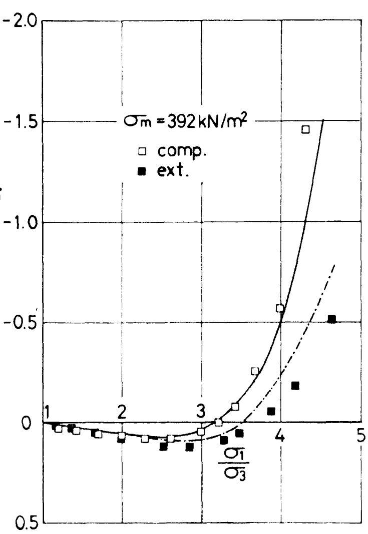

Fig. 3 Volumetric strain vs. principal stress ratio relationship obtained by triaxial compression and triaxial extension tests under constant mean principal stress on Toyoura sand.

注1）正のダイレイタンシーとは体積膨張（体積ひずみ増分 $d\epsilon_v<0$）を意味し，負のダイレイタンシーとは体積圧縮（$d\epsilon_v>0$）を意味する．

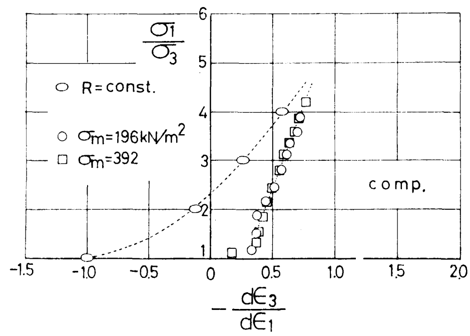

Fig. 4 Relationship between principal stress ratio and principal strain increment ratio obtained by triaxial compression tests under constant principal stress ratios and under constant mean principal stresses on Toyoura sand.

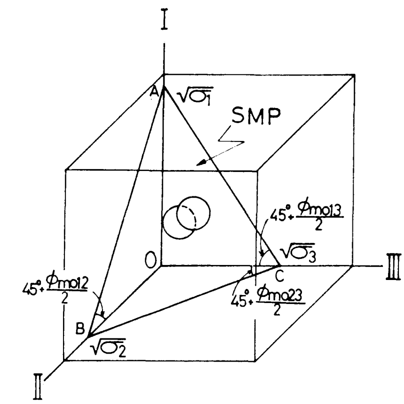

Fig. 5 A soil element and spatial mobilized plane (ABC) in three dimensional space.

比 σ_1/σ_3-主ひずみ増分比 $d\epsilon_3/d\epsilon_1$ 関係で示したものであるが，異方圧密中のひずみ増分比は，主応力比が大きくなるに従いせん断時のひずみ増分比に漸近しており，破壊時の応力比では両者はほぼ一致するようである．よって，同図から異方圧密中のダイレイタンシー特性は応力比が大きくなるに従い顕著となり，破壊近くの応力比では異方圧密時とせん断時の土の変形特性がほぼ同一のメカニズムで説明できることを示唆している．この実験事実に関しては龍岡も弾塑性論の立場から同様の指摘を行っている[4]．

以上の結果をふまえて，本論文では後述するように，異方圧密時の土のひずみを式 (1) を満足する等方圧密成分とせん断と同様のメカニズムによるダイレイタンシー成分の和で表わせると考え，圧密時の応力-ひずみ関係式の式示を試みる．

3．空間滑動面に基づいた土の応力-ひずみ関係式

(1) せん断時の応力-ひずみ関係式

空間滑動面に基づいたせん断時の土の応力-ひずみ関係式とその実験データによる検証は，すでに前報「3主応力下の土のせん断挙動に関する統一的解釈」[14]で報告しているので，ここでは応力-ひずみ関係式の概要を示す．

Fig. 5 はⅠ，Ⅱ，Ⅲ軸をそれぞれ主応力 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 (\sigma_1 \geqq \sigma_2 \geqq \sigma_3)$ の作用方向とする3次元空間に，1つの立方体要素と空間滑動面を示したものである．ここに空間滑動面 (SMP)[12),13)] とは3次元空間内の面 ABC を示し，3次元空間内で土粒子が平均的に最も滑動しやすい面と考えている．そして3次元空間内の土粒子の滑動は，この SMP 上のせん断・垂直応力比 τ_{SMP}/σ_{SMP} に支配されると考えている．一方，3次元空間内の土粒子の平均的な滑動方向は，要素内で土粒子の粒子接点が場所的にランダムに存在するとすれば，主ひずみ増分ベクトルの方向に一致することになる．そこで，主ひずみ増分ベクトルの SMP に垂直な成分，および平行な成分をひずみ増分量 ($d\epsilon^{*s}_{SMP}$, $d\gamma^{*s}_{SMP}$) と定義し，これらのひずみ増分量と τ_{SMP}/σ_{SMP} の間にユニークな関係が成立するとしてせん断時の応力-ひずみ関係式を誘導している[14]．

さて，SMP の法線の方向余弦 (a_1, a_2, a_3) は次式で表わされる．

$$a_i=\sqrt{\frac{J_3}{\sigma_i\cdot J_2}}\,(i=1,2,3) \cdots\cdots (2)$$

ここに，J_1, J_2, J_3 は応力の1次，2次，3次の不変量であって次式で表わされる．

$$\left.\begin{aligned} J_1&=\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3\\ J_2&=\sigma_1\cdot\sigma_2+\sigma_2\cdot\sigma_3+\sigma_3\cdot\sigma_1\\ J_3&=\sigma_1\cdot\sigma_2\cdot\sigma_3\end{aligned}\right\}\cdots\cdots (3)$$

そして空間滑動面 (SMP) 上の垂直応力 σ_{SMP}，せん断応力 τ_{SMP}，およびせん断・垂直応力比 τ_{SMP}/σ_{SMP} は次式で表わされる．

$$\sigma_{SMP}=\sigma_1\cdot a_1^2+\sigma_2\cdot a_2^2+\sigma_3\cdot a_3^2=3\cdot\frac{J_3}{J_2}\cdots\cdots (4)$$

$$\tau_{SMP}=\sqrt{(\sigma_1-\sigma_2)^2\cdot a_1^2\cdot a_2^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2\cdot a_2^2\cdot a_3^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2\cdot a_3^2\cdot a_1^2}=\frac{\sqrt{J_1\cdot J_2\cdot J_3-9J_3^2}}{J_2}\cdots\cdots (5)$$

$$\frac{\tau_{SMP}}{\sigma_{SMP}}=\sqrt{\frac{J_1\cdot J_2-9J_3}{9J_3}}\cdots\cdots (6)$$

一方空間滑動面に基づいたひずみ増分量 ($d\epsilon^{*s}_{SMP}$, $d\gamma^{*s}_{SMP}$) は，主ひずみ増分ベクトルの SMP に垂直な成分，および平行な成分をとることにより次式で与えられる．

$$d\epsilon^{*s}_{SMP}=d\epsilon^s_1\cdot a_1+d\epsilon^s_2\cdot a_2+d\epsilon^s_3\cdot a_3\cdots\cdots (7)$$

$$d\gamma^{*s}_{\mathrm{SMP}}=\sqrt{(d\epsilon_1^s\cdot a_2-d\epsilon_2^s\cdot a_1)^2+(d\epsilon_2^s\cdot a_3-d\epsilon_3^s\cdot a_2)^2+(d\epsilon_3^s\cdot a_1-d\epsilon_1^s\cdot a_3)^2} \quad \cdots\cdots(8)$$

ここに，上添字 s はせん断による成分を意味している．この新たなひずみ増分量（$d\epsilon^{*s}_{\mathrm{SMP}}$, $d\gamma^{*s}_{\mathrm{SMP}}$）と SMP のせん断・垂直応力比 $\tau_{\mathrm{SMP}}/\sigma_{\mathrm{SMP}}$ の間に，滑動面上の応力・ひずみ間の2つの基本関係式[16]が成立するとすれば次式を得る．

$$\frac{\tau_{\mathrm{SMP}}}{\sigma_{\mathrm{SMP}}}=\lambda^*\cdot\left(-\frac{d\epsilon^{*s}_{\mathrm{SMP}}}{d\gamma^{*s}_{\mathrm{SMP}}}\right)+\mu^* \quad \cdots\cdots(9)$$

$$\frac{\tau_{\mathrm{SMP}}}{\sigma_{\mathrm{SMP}}}=\lambda^*\cdot\left(-\frac{\epsilon^{*s}_{\mathrm{SMP}}}{\gamma^{*s}_{\mathrm{SMP}}}\right)+\mu'^* \quad \cdots\cdots(10)$$

式 (9), (10) を合わせて解くと次式が得られる．

$$\gamma^{*s}_{\mathrm{SMP}}=\gamma_o^*\cdot\exp\left(\frac{X-\mu^*}{\mu'^*-\mu^*}\right) \quad \cdots\cdots(11)$$

したがって，$d\gamma^{*s}_{\mathrm{SMP}}$, $d\epsilon^{*s}_{\mathrm{SMP}}$ は式 (11) と式 (9) より，応力の関数として次式で与えられる．

$$d\gamma^{*s}_{\mathrm{SMP}}=\frac{\gamma_o^*}{\mu'^*-\mu^*}\cdot\exp\left(\frac{X-\mu^*}{\mu'^*-\mu^*}\right)\cdot dX \quad \cdots(12)$$

$$d\epsilon^{*s}_{\mathrm{SMP}}=\frac{\mu^*-X}{\lambda^*}\cdot d\gamma^{*s}_{\mathrm{SMP}} \quad \cdots\cdots(13)$$

ここに，X は SMP 上のせん断・垂直応力比 $\tau_{\mathrm{SMP}}/\sigma_{\mathrm{SMP}}$ を表わす．なお，式 (9)～(13) における土質パラメーター（λ^*, μ^*, μ'^*, γ_o^*）のうち，λ^*, μ^*, μ'^* は試料が決まればほぼ一定となるパラメーターであるが，γ_o^* は初期の粒子構造や拘束応力 σ_m の影響を受けるパラメーターであって，初期の粒子構造が同じ場合は平均主応力 σ_m の関数として次式で与えられる．

$$\gamma_o^*=\gamma_{oi}^*+C_d^*\cdot\log_{10}\frac{\sigma_m}{\sigma_{mi}} \quad \cdots\cdots(14)$$

ここに，σ_{mi}, γ_{oi}^* は基準とした平均主応力，およびその時の γ_o^* を表わしている．また，C_d^* は試料およびその初期の粒子構造によって決まる係数と考えられる．ところで，SMP に基づくひずみ増分量 $d\epsilon^{*s}_{\mathrm{SMP}}$ の方向余弦は式 (2) の $a_i (i=1, 2, 3)$ で与えられる．また，$d\gamma^{*s}_{\mathrm{SMP}}$ の方向余弦は，$d\gamma^{*s}_{\mathrm{SMP}}$ と τ_{SMP} の方向が一致すると考えれば，次式で示す τ_{SMP} の方向余弦 $b_i (i=1, 2, 3)$ で与えられる．

$$b_i=\frac{\sigma_i-\sigma_{\mathrm{SMP}}}{\tau_{\mathrm{SMP}}}\cdot a_i \quad (i=1, 2, 3) \quad \cdots\cdots(15)$$

したがって，ひずみ増分量（$d\epsilon^{*s}_{\mathrm{SMP}}$, $d\gamma^{*s}_{\mathrm{SMP}}$）の3主ひずみ増分への変換式は次式で与えられる．

$$d\epsilon_i^s=a_i\cdot d\epsilon^{*s}_{\mathrm{SMP}}+b_i\cdot d\gamma^{*s}_{\mathrm{SMP}} \quad (i=1, 2, 3) \quad \cdots\cdots(16)$$

式 (16) に式 (12), (13) を代入すればせん断時の主ひずみ増分は，土質パラメーターと応力の関数として与えることができる．

（2） 圧密時の応力-ひずみ関係式

ここでは **2.** で述べたように，異方圧密時の土のダイレイタンシー特性がせん断時のそれと類似しているということに着目して，圧密時の土の応力-ひずみ関係式を誘導する．まず圧密時の主ひずみ増分 $d\epsilon_i^c$ が次式で示されるように，等方圧密による成分 $d\epsilon^c_{i(\mathrm{iso})}$ と異方圧密時に生じるダイレイタンシーによる成分 $d\epsilon^c_{i(\mathrm{dil})}$ の和で表わされると考える．

$$d\epsilon_i^c=d\epsilon^c_{i(\mathrm{iso})}+d\epsilon^c_{i(\mathrm{dil})} \quad (i=1, 2, 3) \quad \cdots\cdots(17)$$

ここに，上添字 c は圧密による成分を表わしており，下添字（iso）は等方圧密（isotropic consolidation）による成分，（dil）はダイレイタンシー（dilatancy）による成分を意味している．

さて，ここで式 (17) の右辺第1項，つまり等方圧密による成分について考える．等方圧密時の体積ひずみ増分 $d\epsilon^c_{v(\mathrm{iso})}$ は前述の式 (1) の微分をとることにより次式で与えられる．

$$d\epsilon^c_{v(\mathrm{iso})}=0.434\cdot\frac{C_c}{1+e_o}\cdot\frac{d\sigma_m}{\sigma_m} \quad \cdots\cdots(18)$$

よって，主ひずみ増分 $d\epsilon^c_{i(\mathrm{iso})}$ は次式で表わされる．

$$d\epsilon^c_{i(\mathrm{iso})}=\frac{0.434}{3}\cdot\frac{C_c}{1+e_o}\cdot\frac{d\sigma_m}{\sigma_m} \quad (i=1, 2, 3) \quad \cdots\cdots(19)$$

なお，$d\sigma_m<0$ の場合は，C_c の代わりに C_s（膨張指数）を用いるものとする．

次に，式 (17) の右辺第2項，つまり異方圧密時に生じるダイレイタンシーによる成分について考える．異方圧密時のダイレイタンシー成分は，せん断時と異方圧密時のダイレイタンシー特性が類似していることより，せん断時同様空間滑動面（SMP）に基づくひずみ増分量（$d\epsilon^{*c}_{\mathrm{SMP}}$, $d\gamma^{*c}_{\mathrm{SMP}}$）によってユニークに規定できると考え，式示を行う．まず，等方応力状態ではせん断ひずみが生じないことを考慮して，せん断時の式 (11) を等方応力状態（$X=0$）で γ^*_{SMP} が0となるように修正する．

$$\gamma^*_{\mathrm{SMP}}=\gamma_o^*\cdot\left\{\exp\left(\frac{X-\mu^*}{\mu'^*-\mu^*}\right)-\exp\left(\frac{-\mu^*}{\mu'^*-\mu^*}\right)\right\} \quad \cdots\cdots(20)$$

ここで，γ_o^* が平均主応力 σ_m の関数として式 (14) で与えられることを考慮して，式 (20) の全微分をとれば次式を得る．

$$d\gamma^*_{\mathrm{SMP}}=\frac{\gamma_o^*}{\mu'^*-\mu^*}\cdot\exp\left(\frac{X-\mu^*}{\mu'^*-\mu^*}\right)\cdot dX+0.434\cdot C_d^*\cdot\left\{\exp\left(\frac{X-\mu^*}{\mu'^*-\mu^*}\right)-\exp\left(\frac{-\mu^*}{\mu'^*-\mu^*}\right)\right\}\cdot\frac{d\sigma_m}{\sigma_m} \quad \cdots\cdots(21)$$

式 (21) において，右辺第1項は式 (12) で与えられるせん断時のひずみ増分量 $d\gamma^{*s}_{\mathrm{SMP}}$ を表わしている注2)ので，右辺第2項を圧密によるひずみ増分量 $d\gamma^{*c}_{\mathrm{SMP}}$ とみ

注 2) 式 (11) を式 (20) のように修正しても，式 (12) で与えられるせん断時の $d\gamma^{*s}_{\mathrm{SMP}}$ は影響を受けない．

ることもできる．しかし，式 (21) は $d\gamma^*_{SMP}$ が X, σ_m に関して完全微分形であることを表わしているので，この式をこのまま採用すれば γ^*_{SMP} は応力径路に依存しないことになる．後述するように実験結果によれば γ^*_{SMP} は応力径路に依存するようなので，ここでは1つの方法として式 (21) の右辺第2項の $C_d{}^*$ を別の係数 K_c に置き換え，次式で圧密時のひずみ増分量 $d\gamma^{*c}_{SMP}$ を与えるものとする．

$$d\gamma^{*c}_{SMP}=0.434\cdot K_c\cdot\left\{\exp\left(\frac{X-\mu^*}{\mu'^*-\mu^*}\right)-\exp\left(\frac{-\mu^*}{\mu'^*-\mu^*}\right)\right\}\cdot\frac{d\sigma_m}{\sigma_m}\quad\cdots\cdots\cdots(22)$$

式 (22) で $d\gamma^{*c}_{SMP}$ を与えれば，$d\gamma^*_{SMP}(=d\gamma^{*s}_{SMP}+d\gamma^{*c}_{SMP})$ は完全微分形でなくなるので，γ^*_{SMP} の応力径路依存性を表わすことができる．なお，係数 K_c の決定法については後述する．次にひずみ増分量 $d\epsilon^{*c}_{SMP}$ については，異方圧密時のダイレイタンシー成分はせん断時同様，式 (9) で与えられる応力比-ひずみ増分比関係を満足すると考えられるので，次式で与えられる．

$$d\epsilon^{*c}_{SMP}=\frac{\mu^*-X}{\lambda^*}\cdot d\gamma^{*c}_{SMP}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(23)$$

また，式 (22), (23) で与えられるひずみ増分量 ($d\epsilon^{*c}_{SMP}$, $d\gamma^{*c}_{SMP}$) の主ひずみ増分 $d\epsilon^c_{i(\mathrm{dil})}$ への変換式は，式 (16) 同様次式で与えられる．

$$d\epsilon^c_{i(\mathrm{dil})}=a_i\cdot d\epsilon^{*c}_{SMP}+b_i\cdot d\gamma^{*c}_{SMP}\quad(i=1,2,3)\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(24)$$

ここに，a_i, $b_i(i=1,2,3)$ は式 (2)，式 (15) で与えられる σ_{SMP}, τ_{SMP} の方向余弦である．以上より，圧密時の主ひずみ増分 $d\epsilon^c_i$ は式 (19) と式 (24) の和として次式で表わされる．

$$\begin{aligned}d\epsilon^c_i&=d\epsilon^c_{i(\mathrm{iso})}+d\epsilon^c_{i(\mathrm{dil})}\\&=\frac{0.434}{3}\cdot\frac{C_c}{1+e_o}\cdot\frac{d\sigma_m}{\sigma_m}+a_i\cdot d\epsilon^{*c}_{SMP}\\&\quad+b_i\cdot d\gamma^{*c}_{SMP}\quad(i=1,2,3)\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(25)\end{aligned}$$

さて，係数 K_c については式 (25) が K_0 圧密条件を満足するということより，K_0 値を用いて次のように決定できる．K_0 圧密状態 ($\sigma_1/\sigma_3=1/K_0$, $\sigma_2=\sigma_3$) では式 (25) の $d\epsilon^c_3(=d\epsilon^c_2)$ が0となるので次式が成立する．

$$\begin{aligned}d\epsilon^c_{3(X=X_0)}&=\frac{0.434}{3}\cdot\frac{C_c}{1+e_o}\cdot\frac{d\sigma_m}{\sigma_m}\\&\quad+a_{3\cdot0}\cdot d\epsilon^{*c}_{SMP(X=X_0)}+b_{3\cdot0}\cdot d\gamma^{*c}_{SMP(X=X_0)}\\&=0\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(26)\end{aligned}$$

ここに，X_0 は K_0 圧密時の SMP 上のせん断・垂直応力比 τ_{SMP}/σ_{SMP} を表わしており，$\sigma_1/\sigma_3=1/K_0$, $\sigma_2=\sigma_3$ を考慮して式 (6) を整理すれば，K_0 値の関数として次式で与えられる．

$$\begin{aligned}X_0&=\frac{\sqrt{2}}{3}(\sqrt{\sigma_1/\sigma_3}-\sqrt{\sigma_3/\sigma_1})\\&=\frac{\sqrt{2}}{3}(\sqrt{1/K_0}-\sqrt{K_0})\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(27)\end{aligned}$$

また $a_{3\cdot0}$, $b_{3\cdot0}$ は K_0 圧密時の σ_{SMP}, τ_{SMP} の方向余弦の成分 a_3, b_3 を表わしており，式 (2), (15) より次式で与えられる．

$$\left.\begin{aligned}a_{3\cdot0}&=\sqrt{\frac{J_3}{\sigma_3\cdot J_2}}=\sqrt{\frac{1}{2+K_0}}\\b_{3\cdot0}&=\frac{\sigma_3-\sigma_{SMP}}{\tau_{SMP}}\cdot a_{3\cdot0}=-\sqrt{\frac{K_0}{2(2+K_0)}}\end{aligned}\right\}\cdots(28)$$

式 (26) に式 (22), (23) を代入して整理すれば，K_c は次式で表わされる．

$$K_c=\frac{-\dfrac{C_c}{3(1+e_o)}}{\left\{\exp\left(\dfrac{X_0-\mu^*}{\mu'^*-\mu^*}\right)-\exp\left(\dfrac{-\mu^*}{\mu'^*-\mu^*}\right)\right\}\cdot\left(\dfrac{\mu^*-X_0}{\lambda^*}\cdot a_{3\cdot0}+b_{3\cdot0}\right)}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(29)$$

したがって，係数 K_c は上式によって K_0 値と土質パラメーターの関数として決定することができる．なお，K_0 圧密試験を行わないときは，次式で示す Jaky の式を用いて K_0 値を推定することも可能である．

$$K_0=1-\sin\phi\ (\phi：内部摩擦角)\cdots\cdots\cdots\cdots(30)$$

(3) 任意応力径路下の応力-ひずみ関係式

もし任意応力径路下の土の主ひずみ増分が前述のせん断による主ひずみ増分と圧密による主ひずみ増分の和で表わせるとするならば，全主ひずみ増分は次式で与えられる．

$$\begin{aligned}d\epsilon_i&=d\epsilon^s_i+d\epsilon^c_i=\left(a_i\cdot d\epsilon^{*s}_{SMP}+b_i\cdot d\gamma^{*s}_{SMP}\right)\\&\quad+\left(\frac{0.434}{3}\cdot\frac{C_c}{1+e_o}\cdot\frac{d\sigma_m}{\sigma_m}+a_i\cdot d\epsilon^{*c}_{SMP}\right.\\&\quad\left.+b_i\cdot d\gamma^{*c}_{SMP}\right)\ (i=1,2,3)\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(31)\end{aligned}$$

ここに，a_i, b_i は式 (2), (15) で，($d\epsilon^{*s}_{SMP}$, $d\gamma^{*s}_{SMP}$) は式 (12), (13) で，($d\epsilon^{*c}_{SMP}$, $d\gamma^{*c}_{SMP}$) は式 (22), (23) で与えられる．

4. 実験データによる検証

(1) 実験方法および土質パラメーターの決定

実験の試料としては，飽和した豊浦標準砂（平均粒径 0.2 mm，均等係数 1.3，比重 2.65，最大間隙比 0.95，最小間隙比 0.58）を用いている．供試体はゴム膜（厚さ 0.2 mm）を密着させたモールド内で砂を締め固めることにより作成している．なお供試体の作成にあたっては突き棒で構造を乱すことにより，できるだけ初期構造の異方性が入らないようにした（供試体の等方性は等方圧縮試験により検証している）．また，供試体の初期間隙比は $e_o≒0.68$ でありやや密な状態である．三軸圧縮および三軸伸張試験は円筒供試体（径 50 mm，高さ 121

mm）による通常の三軸試験機で行い，多軸試験は直方体供試体（50×50×100 mm）を用いて最大主応力および最小主応力を剛板で，中間主応力を液圧で載荷する方式（試料偶角部のアーチングの影響を極力低減するため）で行っている[14]．制御方法は非排水試験を除いてすべて応力制御で行っている．また，すべての試験で，供試体の端面摩擦は，シリコングリース，ラバー，テフロンシート等で除去し，体積変化量の測定ではメンブレンの貫入による排水量の補正を行っている．

次に，土質パラメーターの決定法について述べる．せん断時の土質パラメーター（λ^*, μ^*, μ'^*, γ_o^*）は２種類の平均主応力一定条件下の三軸圧縮試験（もしくは三軸伸張試験）より決定している[14]．一方，圧密時の土質パラメーター（$C_c/(1+e_o)$, $C_s/(1+e_o)$）は等方圧密試験より決定しており，K_0 値は式（30）で与えられる Jaky の式を用いてせん断試験結果から推定している．したがって，本論文で提案している応力-ひずみ関係式の土質パラメーターは２つのせん断試験と１つの等方圧密試験より決定することができる．**Table 1** に実験に用いた豊浦標準砂の土質パラメーターを示す．

Table 1 Values of all parameters in proposed stress-strain relationship for Toyoura sand.

λ^*		0.9
μ^*		0.27
μ'^*		0.41
γ_o^*	γ_{oi}^*	0.10%
	C_d^*	0.066%
	σ_{mi}	98kN/m²(1.0 kgf/cm²)
$C_c/(1+e_o)$		0.928%
$C_s/(1+e_o)$		0.578%
ϕ		40°

さて，せん断時の土の応力-ひずみ関係式についてはすでに検証を行っている[14]ので，以下では圧密時および任意応力径路下の応力-ひずみ関係式について検証を行う．

（2） 圧密時の応力-ひずみ関係式の検証

ここでは，前章で提案した圧密時の応力-ひずみ関係式が３主応力下の土の異方圧密特性を妥当に説明できることを実験データにより検証する．**Fig. 6, 7** は三軸圧縮条件下の異方圧密試験（$\sigma_1/\sigma_3 = R = 1, 2, 3, 4$）結果を，体積ひずみ ϵ_v-平均主応力 σ_m 関係，および体積ひずみ ϵ_v-最大主ひずみ ϵ_1 関係で示したものである．また，**Fig. 8, 9** は三軸伸張条件下の異方圧密試験について同様の整理を行ったものである．以上の図において，プロットは実測値を表わし，実線は提案式による計算曲線を表わしている．なお，異方圧密試験の平均主応力はすべて $\sigma_m = 196$ kN/m²(2.0 kgf/cm²) から $\sigma_m = 588$ kN/m²(6.0 kgf/cm²) まで変化させている．**Fig. 6, 8** より，体積ひずみ ϵ_v が $R=2$ でわずかながら圧縮側に寄り，R が大きくなるに従い膨張側に移るのがみられ

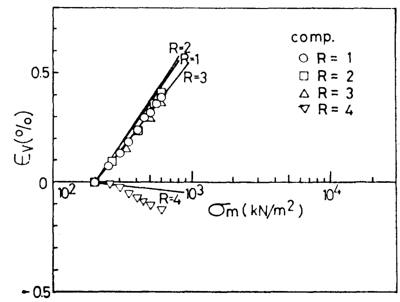

Fig. 6 Volumetric strain vs. mean principal stress relationship in triaxial compression tests under constant principal stress ratios.

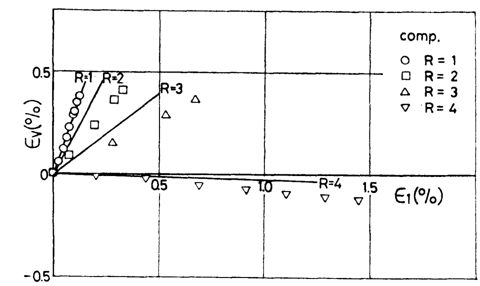

Fig. 7 Volumetric strain vs. major principal strain relationship in triaxial compression tests under constant principal stress ratios.

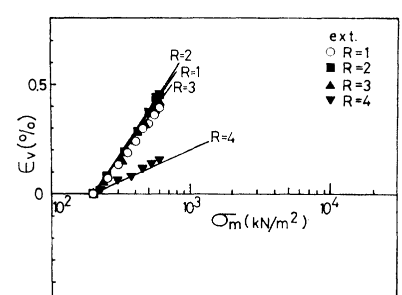

Fig. 8 Volumetric strain vs. mean principal stress relationship in triaxial extension tests under constant principal stress ratios.

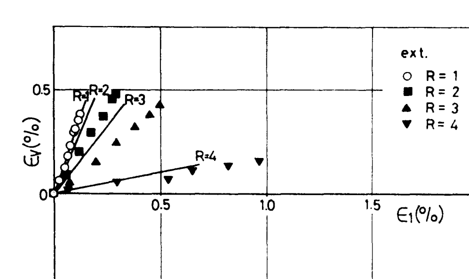

Fig. 9 Volumetric strain vs. major principal strain relationship in triaxial extension tests under constant principal stress ratios.

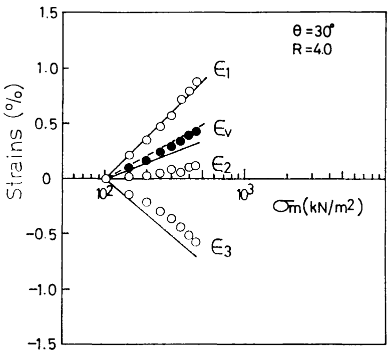

Fig. 10 Volumetric strain and principal strains vs. mean principal stress in true triaxial test ($\theta=30°$) under constant principal stress ratio ($R=4.0$).

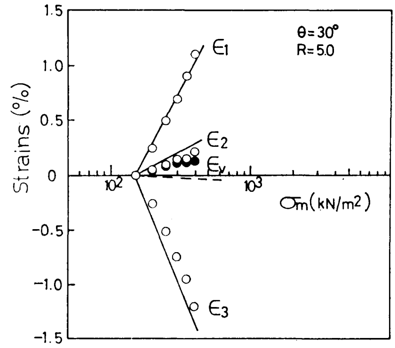

Fig. 11 Volumetric strain and principal strains vs. mean principal stress in true triaxial test ($\theta=30°$) under constant principal stress ratio ($R=5.0$).

るが，提案式はこのような実測値の傾向をよく説明している．また，$R=4$ において三軸圧縮条件では体積ひずみ ϵ_v が膨張側に入っているのに対し，三軸伸張条件ではまだ圧縮側にあるという実測値の傾向も提案式は説明している．したがって，体積ひずみ増分 $d\epsilon_v=0$ となる異方圧密の主応力比 R は，三軸圧縮条件では3と4の間，三軸伸張条件では4以上ということになる．なお，従来の異方圧密時の応力-ひずみ関係式[13]では，三軸圧縮・伸張条件下のこのような体積ひずみ特性の差は説明できなかった．**Fig. 10, 11** は多軸応力下の異方圧密試験（$\sigma_1/\sigma_3\equiv R=4, 5$；$\theta=30°$）の主ひずみ（$\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$），体積ひずみ ϵ_v-平均主応力 σ_m 関係を表わしている．ここに，$\theta=30°$ とは主応力空間における正八面体面（oct 面）上での応力状態が最大主応力方向から 30° の位置にあることを意味しており，このとき3主応力間には次の関係が成立している．

$$\sigma_2=\frac{\sigma_1+\sigma_3}{2} \quad \cdots\cdots(32)$$

両図においてもプロットは実測値（○印：主ひずみ，●印：体積ひずみ）を表わし，直線は提案式による計算値（実線：主ひずみ，破線：体積ひずみ）を表わしているが，両者はほぼよい対応を示している．

Fig. 12 は上述のすべての異方圧密試験結果を応力比 τ_{SMP}/σ_{SMP}-ひずみ増分比 $d\epsilon^*_{SMP}/d\gamma^*_{SMP}$ 関係で整理したものである．ここに，($d\epsilon^*_{SMP}$, $d\gamma^*_{SMP}$) は圧密時の主ひずみ増分ベクトル ($d\epsilon^c_1$, $d\epsilon^c_2$, $d\epsilon^c_3$) の SMP に垂直な成分および平行な成分を表わしている．図中には，せん断時や異方圧密時のダイレイタンシー成分が満足する関係式（式(9) あるいは式 (23)）を点線で示している．異方圧密試験の実測値（プロット）は，応力比が小さいところでは等方圧密成分に比べダイレイタンシー成分が小さいため点線から左の方にずれているが，応力比が大きくなるに従いダイレイタンシー成分が大きくなり点線に近づいていくようである．このような傾向を計算曲線（実線：三軸圧縮条件，一点鎖線：三軸伸張条件）はよく表わしている．以上，**3**. で提案した圧密時の応力-ひずみ関係式は3主応力下の土の圧密挙動をよく説明するようである．

（3） 任意応力径路下の応力-ひずみ関係式の検証

ここではせん断・圧密の両現象を含む種々の応力径路下について，提案式の妥当性を検証する．**Fig. 13** は平均主応力一定（$\sigma_m=196\,\mathrm{kN/m^2}$ ($2.0\,\mathrm{kgf/cm^2}$)）の三軸圧縮および三軸伸張試験結果を応力比 τ_{SMP}/σ_{SMP}-ひずみ増分比 $d\epsilon^*_{SMP}/d\gamma^*_{SMP}$ 関係で整理したものである．同図より，平均主応力一定時には式 (9) の関係が応力状態にかかわらず成立することがわかる．**Fig. 14, 15** は三軸圧縮条件下の最大主応力一定試験（$\sigma_1=196\,\mathrm{kN/m^2}$）お

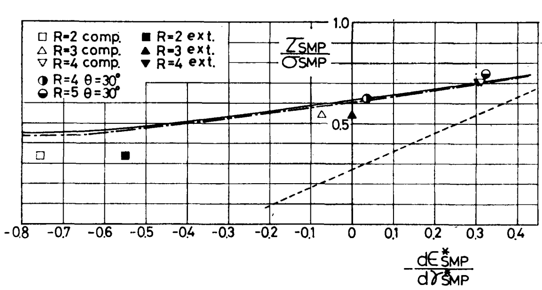

Fig. 12 Relationship between τ_{SMP}/σ_{SMP} and $d\epsilon^*_{SMP}/d\gamma^*_{SMP}$ in triaxial compression, triaxial extension and true triaxial tests under constant principal stress ratios.

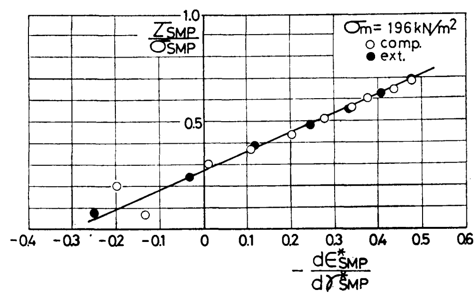

Fig. 13 Relationship between τ_{SMP}/σ_{SMP} and $d\epsilon^*_{SMP}/d\gamma^*_{SMP}$ in triaxial compression and triaxial extension tests under constant mean principal stress.

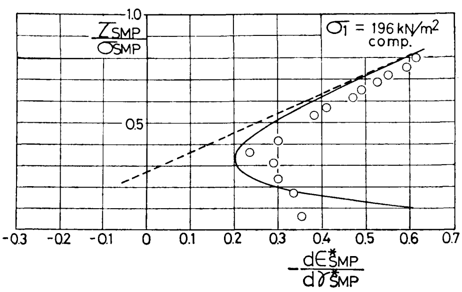

Fig. 14 Relationship between τ_{SMP}/σ_{SMP} and $d\epsilon^*_{SMP}/d\gamma^*_{SMP}$ in triaxial compression test under constant major principal stress.

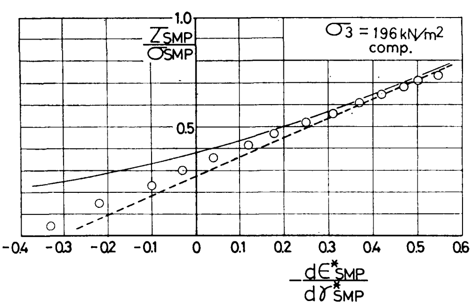

Fig. 15 Relationship between τ_{SMP}/σ_{SMP} and $d\epsilon^*_{SMP}/d\gamma^*_{SMP}$ in triaxial compression test under constant minor principal stress.

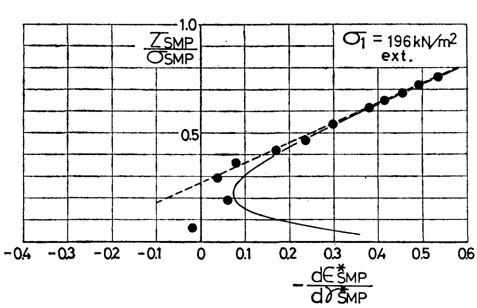

Fig. 16 Relationship between τ_{SMP}/σ_{SMP} and $d\epsilon^*_{SMP}/d\gamma^*_{SMP}$ in triaxial extension test under constant major principal stress.

よび最小主応力一定試験 ($\sigma_3=196$ kN/m^2) を τ_{SMP}/σ_{SMP}-$d\epsilon^*_{SMP}/d\gamma^*_{SMP}$ 関係で整理したものであり，**Fig. 16, 17** は三軸伸張条件下の試験について同様の整理を行ったものである．ここに，($d\epsilon^*_{SMP}$, $d\gamma^*_{SMP}$) は主ひずみ増分ベクトル ($d\epsilon_1$, $d\epsilon_2$, $d\epsilon_3$) の SMP に垂直な成分および平行な成分を表わしている．これらの図において，プロットは実測値を表わし，実線は提案式より得られる関係，点線は式(9)の関係を表わしている．**Fig. 13～17** より，最大主応力一定試験では右側から，最小主応力一定試験では左側から式 (9) で示す平均主応力一定試験の

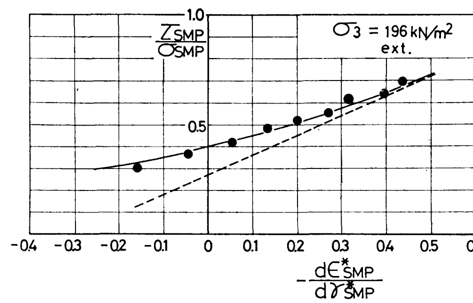

Fig. 17 Relationship between τ_{SMP}/σ_{SMP} and $d\epsilon^*_{SMP}/d\gamma^*_{SMP}$ in triaxial extension test under constant minor principal stress.

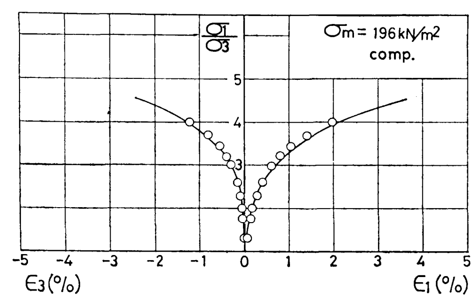

Fig. 18 Principal stress ratio vs. principal strains relationship in triaxial compression test under constant mean principal stress.

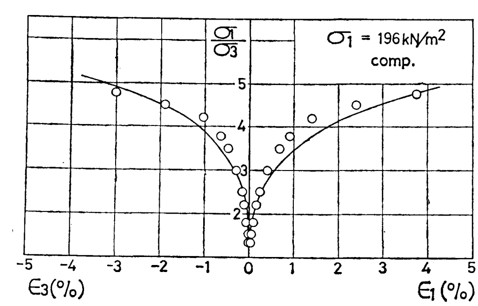

Fig. 19 Principal stress ratio vs. principal strains relationship in triaxial compression test under constant major principal stress.

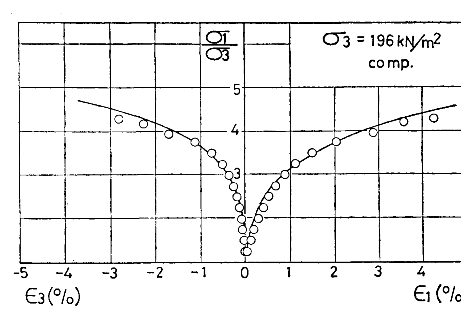

Fig. 20 Principal stress ratio vs. principal strains relationship in triaxial compression test under constant minor principal stress.

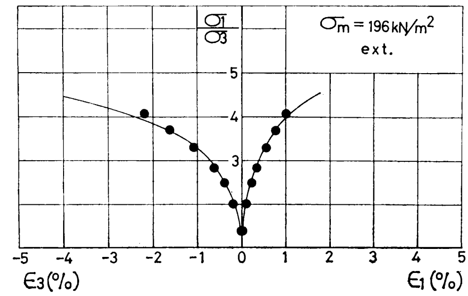

Fig. 21 Principal stress ratio vs. principal strains relationship in triaxial extension test under constant mean principal stress.

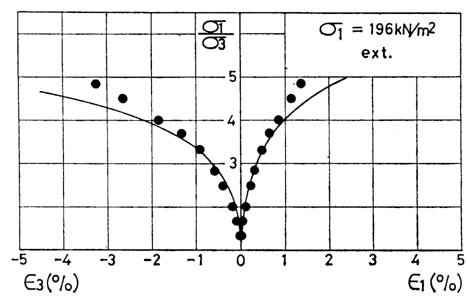

Fig. 22 Principal stress ratio vs. principal strains relationship in triaxial extension test under constant major principal stress.

関係（点線）に実測値は漸近しているが，提案式はこのような傾向をよく説明している．また以上の図から，破壊応力比に近い応力状態ではひずみ増分比が応力径路に依存せずユニークに決まることがうかがわれる．したがって，実際の地盤の破壊予測をする場合に，1 つの方法としてひずみ増分比に着目することは意味のあることと思われる．**Fig. 18～23** は，上述の試験の主応力比 σ_1/σ_3－主ひずみ ϵ_1, ϵ_3 関係を示したものである．プロットは実測値を表わし，実線は提案式による計算曲線を表わしている．

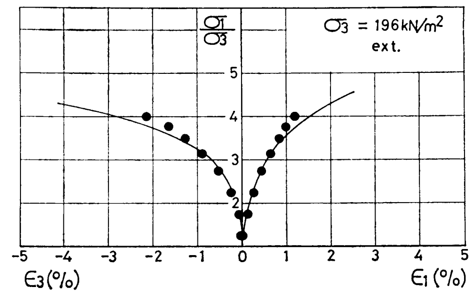

Fig. 23 Principal stress ratio vs. principal strains relationship in triaxial extension test under constant minor principal stress.

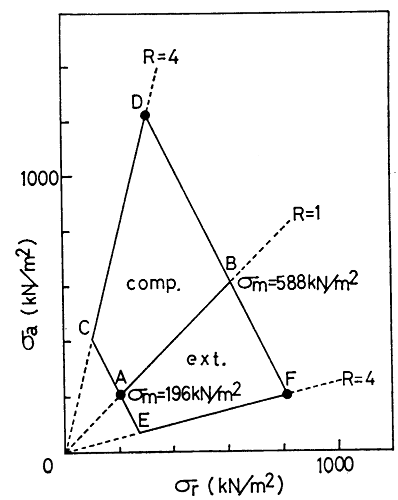

Fig. 24 Stress paths along which triaxial compression and triaxial extension tests are performed.

次に，**Fig. 24** に示す応力径路図の AD 間および AF 間に生じるひずみについて，その応力径路依存性を検討

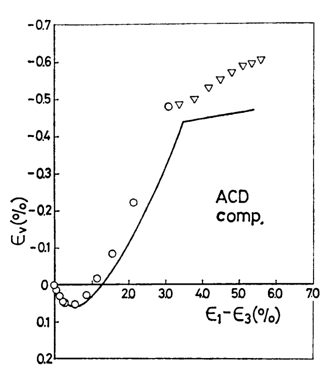

Fig. 25 Relationship between volumetric strain and principal strain difference in triaxial compression test under stress path ACD in Fig. 24.

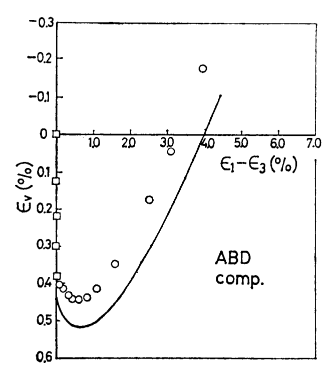

Fig. 26 Relationship between volumetric strain and principal strain difference in triaxial compression test under stress path ABD in Fig. 24.

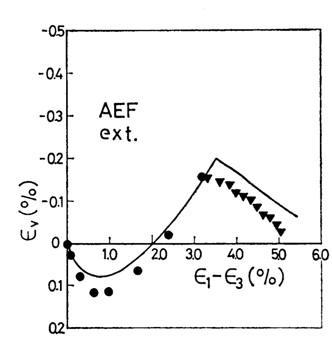

Fig. 27 Relationship between volumetric strain and principal strain difference in triaxial extension test under stress path AEF in Fig. 24.

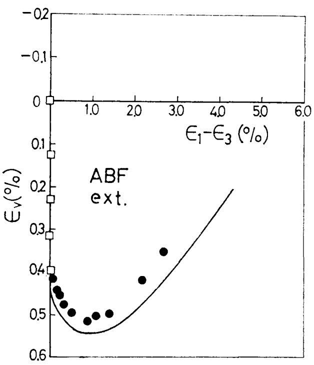

Fig. 28 Relationship between volumetric strain and principal strain difference in triaxial extension test under stress path ABF in Fig. 24.

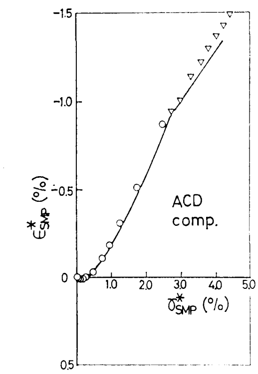

Fig. 29 Relationship ϵ^*_{SMP} and γ^*_{SMP} in same test as Fig. 25.

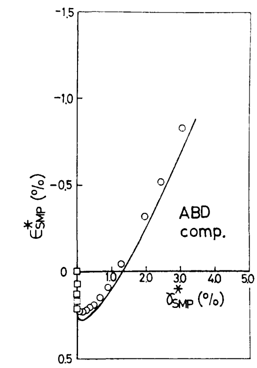

Fig. 30 Relationship ϵ^*_{SMP} and γ^*_{SMP} in same test as Fig. 26.

する．ここに，径路 ACD は三軸圧縮条件下で $\sigma_m=196$ kN/m^2(2.0 kgf/cm^2) 一定で $R\equiv\sigma_1/\sigma_3=4$ までせん断した後，$R=4$ 一定で $\sigma_m=588$ kN/m^2(6.0 kgf/cm^2) まで異方圧密する径路であり，径路 ABD は $\sigma_m=588$ kN/m^2 まで等方圧密した後，三軸圧縮条件下で $\sigma_m=588$ kN/m^2 一定で $R=4$ までせん断する径路である．また径路 AEF および径路 ABF は三軸伸張条件下の同様の径路である．**Fig. 25～28** は上述の応力径路下の実測値（プロット）と提案式による計算曲線（実線）を体積ひずみ ϵ_v-主ひずみ差（$\epsilon_1-\epsilon_3$）関係で示したものである．なお，実測値で □ 印は等方圧密過程を，○ ● 印はせん断過程を，▽ ▼ 印は $R=4$ の異方圧密過程を表わしている．ここで **Fig. 25** と **Fig. 26, Fig. 27** と **Fig. 28** の実測値を比較してみると，先にせん断しその後異方圧密する応力径路 (ACD, AEF) の方が（$\epsilon_1-\epsilon_3$）は大きく ε_v は膨張側になるようである．計算曲線はこのような実測値の応力径路依存性をよく表わしている．したがって，体積ひずみ ε_v も主ひずみ差（$\epsilon_1-\epsilon_3$）も応力径路に依存しない状態量とはなり得ないようである．また **Fig. 29, 30** は径路 ACD および径路 ABD の実測値と計算曲線を ϵ^*_{SMP}-γ^*_{SMP} 関係で整理したものであるが，ϵ^*_{SMP}, γ^*_{SMP} も応力径路に依存するようである．

最後に，三軸圧縮および三軸伸張条件下の非排水試験について検証を行う．実験は平均有効主応力 $\sigma_m=196$ kN/m^2(2.0 kgf/cm^2) の等方応力状態からひずみ制御でせん断し，バックプレッシャーとして 490 kN/m^2(5.0 kgf/cm^2) をかけている．また間隙水圧係数 B 値をチェックしたところ，$B=0.97$ であった．**Fig. 31～33** は，非排水せん断試験の有効応力径路と，有効主応力比 σ_1/σ_3-主ひずみ ϵ_1 関係の実測値（プロット）と提案式による計算曲線を示したものである．ここに計算曲線は式 (31)

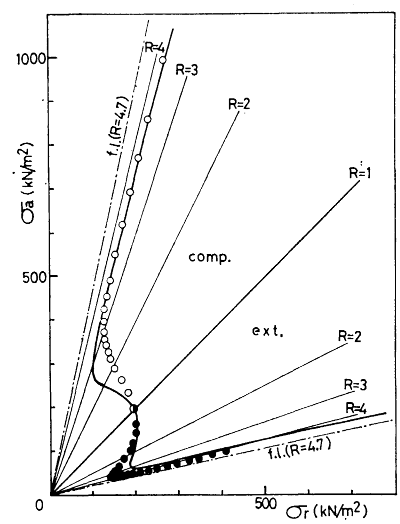

Fig. 31 Effective stress paths in undrained triaxial compression and undrained triaxial extension tests.

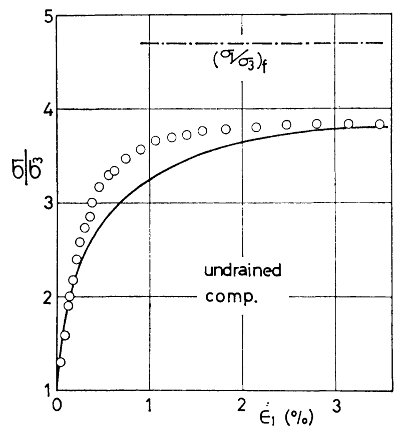

Fig. 32 Effective principal stress ratio vs. major principal strain relationship in undrained triaxial compresion test.

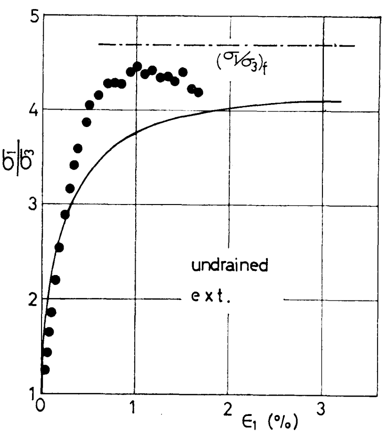

Fig. 33 Effective principal stress ratio vs. major principal strain relationship in undrained triaxial extension test.

で与えられる任意応力径路下の応力-ひずみ関係式に $d\epsilon_v=0$ なる条件を付加することによって求められる．図中には排水試験から得られる破壊強度を一点鎖線で示しているが，非排水せん断試験では実測値も計算曲線も破壊線に至らず，前節で述べた $d\epsilon_v=0$ なる異方圧密径路に近づく応力径路となる．したがって，せん断あるいは異方圧密中に体積膨張する（正のダイレイタンシー特性を示す）土では排水強度 ϕ_d >非排水強度 ϕ' となり両者は一致しないことになる．このような事実は古田・軽部によっても指摘されている[17]．また，$\phi_{d(\mathrm{comp.})}=\phi_{d(\mathrm{ext.})}$ であっても，$\phi'_{(\mathrm{comp.})}<\phi'_{(\mathrm{ext.})}$ となる実測値の傾向を提案式はよく説明している．排水試験から決定した土質パラメーターを用いて非排水試験の変形・強度特性がこのように予測できるのは興味深いことと思われる．

ところで，これまで多くの研究者によって土の三軸圧縮および三軸伸張強度について調べられているが，これらの事実に基づけば，特に正のダイレイタンシー特性を示す土については，非排水試験結果から圧縮強度 $\phi_{(\mathrm{comp.})}$ と伸張強度 $\phi_{(\mathrm{ext.})}$ の大小を議論することはあまり本質的でないように思われる．

5. あとがき

3主応力下の土のせん断挙動については，すでに3次元空間内の空間滑動面（SMP）に基づいた新たなひずみ増分量と空間滑動面上のせん断・垂直応力比の間にユニークな関係が成立することを見い出し，せん断時の変形・強度特性を統一的に規定している[14]．本論文は3主応力下のせん断挙動のみならず圧密挙動を含めた任意応力径路下の土の変形・強度特性を統一的に説明することを目的として行ったものである．

本論文の骨子をまとめると以下のとおりである．

（1） 土の等方および異方圧密試験結果を検討した結果，異方圧密時と等方圧密時の変形特性の差は異方圧密中のダイレイタンシー特性によるものであることがわかった．またそのダイレイタンシー特性はせん断時のそれと類似していることを示した．

（2） 上述の考察に基づき，異方圧密中の土のひずみが等方圧密による成分とダイレイタンシーによる成分の和で表わせると考え，圧密時の応力・ひずみ関係式を提案した．ここに，等方圧縮成分はよく知られている $e\sim\log_{10}\sigma_m$ 関係（e：間隙比，σ_m：平均主応力）より決定し，ダイレイタンシー成分はせん断時同様空間滑動面に基づいたひずみ増分量によってユニークに規定されると考え，式示を行った．

（3） 提案した圧密時の応力-ひずみ関係式が3主応力下の土の圧密特性をよく説明することを，三軸圧縮条件下，三軸伸張条件下および相違なる3主応力下の豊浦標準砂を試料とした異方圧密試験により検証した．

（4） 土の全ひずみ増分がせん断によるひずみ増分と圧密によるひずみ増分の和で表わせると考え，任意応力径路下の応力-ひずみ関係式を規定した．

（5） この応力-ひずみ関係式が3主応力下の種々の応力径路下の土の変形特性を統一的に説明できることを，三軸圧縮および三軸伸張条件下の最大主応力一定試験，最小主応力一定試験，非排水試験により検証した．そして土のひずみの応力径路依存性についても検討を加えた．

（6） 正のダイレイタンシー特性を示す土の非排水試験では，古田・軽部[17]が指摘しているように，排水強度 ϕ_d と非排水強度 ϕ' が一致しないことを示し，さらに $\phi_{d(\mathrm{comp.})}=\phi_{d(\mathrm{ext.})}$ であっても，$\phi'_{(\mathrm{comp.})}<\phi'_{(\mathrm{ext.})}$ となることを示した．そして，ここで提案した関係式は非排水時のこのような実測値の傾向もよく説明することを示した．

以上，本論文で提案した土の応力-ひずみ関係式が3次元空間内の種々の応力径路下の土の変形挙動を統一的に説明できることを示した．また，その土質パラメーターが通常の三軸圧縮試験機によるせん断試験と等方圧密試験より決定できるのは特徴的なことである．なお，本論文は載荷時の土の変形を対象としており，弾性的なひずみは考慮していない．弾性ひずみ増分を考慮すれば式(31)の関係式は $\{d\sigma\}=[D]\{d\epsilon\}$（$[D]$：応力・ひずみマトリックス）なる一般表示形に変換することができ，地盤の応力・変形解析に適用できる[18]．

謝　辞：日頃ご援助いただいている名古屋工業大

学工学部土木工学科 山内利彦教授，折にふれ励ましていただいている京都大学防災研究所 柴田 徹教授に感謝いたします．また三軸試験に協力していただいた元名古屋工業大学土木工学科学部生 金谷賢生，鈴木 誠両君にも感謝いたします．なお本論文は昭和 53 年度文部省科学研究費（奨励研究A）によるものの一部である．

参 考 文 献

1) Roscoe, K.H., A.N. Schofield and C.P. Wroth : On the yielding of soils, Geotechnique, Vol. 8, No. 2, pp. 22～53, 1958.
2) Schofield, A.N. and C.P. Wroth : Critical State Soil mechanics, McGraw-Hill, London, 1968.
3) Ohta, H. : Analysis of Deformation of Soils Based on the Theory of Plasticity and its Application to Settlement of Embankments, Doctor Thesis, Kyoto Univ., 1971.
4) 龍岡文夫：三軸せん断装置による砂の変形特性に関する基礎的研究，東京大学学位論文，1972.
5) Pender, M.J. : A unified model for soil stress-strain behariour, Proc. of Specialty Session 9, 9th Int. Conf. SMFE, pp. 213～222, 1977.
6) 軽部大蔵：正規圧密粘土の軸対称圧縮状態における応力-ひずみ式，土木学会論文報告集，第 273 号，pp. 83～98, 1978.
7) Shibata, T. and D. Karube : Influence of the variation of the intermediate principal stresses on the mechanical properties of normally consolidated clay, Proc. of 6th Int. Conf. SMFE, Vol. 1, pp. 359～363, 1965.
8) Ko, H.Y. and R.F. Scott : Deformation of sand in shear, Proc. of ASCE, Vol. 93, No. SM 5, pp. 283～310, 1967.
9) Ko, H.Y. and R.F. Scott : Deformation of sand at failure, Proc. of ASCE, Vol. 94, No. SM 4, pp. 883～898, 1968.
10) Lade, P.V. and J.M. Duncan : Elastoplastic stress strain theory for cohesionless soil, Proc. of ASCE, Vol. 101, No. GT 10, pp. 1037～1053, 1975.
11) 宮森建樹：多軸応力状態における砂のせん断強さと変形特性，土木学会論文報告集，第 255 号，pp. 81～91, 1976.
12) Matsuoka, H. and T. Nakai : Stress-deformation and strength characteristics of soil under three different principal stresses, Proc. of JSCE, No. 232, pp. 59～70, 1974.
13) Matsuoka, H. and T. Nakai : Stress-strain relationship of soil based on the 'SMP', Proc. of Specialty Session 9, 9th Int. Conf. SMFE, pp. 153～162, 1977.
14) 中井照夫・松岡 元：3主応力下の土のせん断挙動に関する統一的解釈，土木学会論文報告集，第 303 号，pp. 65～77, 1980.
15) El-Sohby, M.A. : Deformation of sands under constant stress ratios, Proc. of 7th Int. Conf. SMFE, Vol. 1, pp. 111～119, 1969.
16) Matsuoka, H. : Stress-strain relationship of sands based on the mobilized plane, Soils and Foundations, Vol. 14, No. 2, pp. 47～61, 1974.
17) 古田一郎・軽部大蔵：異方圧密中の砂のヒズミについて，土木学会第 31 回年次講演会概要集，第 3 部，pp. 58～59, 1976.
18) Nakai, T. : Analyses of soil-footing and and soil-wall interaction, Proc. of 10th Int. Conf. SMFE, Session 5, 1981 (to appear).

（1979.6.15・受付）