

3 主応力下の土のせん断挙動に関する統一的理解

A UNIFIED LAW FOR SOIL SHEAR BEHAVIOR UNDER
THREE DIMENSIONAL STRESS CONDITION

中井 照 夫*・松 岡 元**

By Teruo NAKAI and Hajime MATSUOKA

1. ま え が き

近年、有限要素法等の解析法の発達と電子計算機の普及により、地盤や土構造物の応力・変形解析が可能となってきた。応力・変形解析を行うにあたり、最も重要な課題は土の挙動を统一的に説明できる一般的な土の応力・ひずみ関係式を規定することと考えられる。現在まで土の応力・ひずみ関係式について多くの研究がなされているが、その多くは限られた応力条件の範囲内での土の挙動を対象としており、一般的な3主応力下の土の変形・強度特性を统一的には表現していないようである。著者らもすでに空間滑動面の概念を用いて一般的な応力・ひずみ関係を規定しようと試みているが^{1),2)}、本研究はこの概念をさらに発展させて、3主応力下の土のせん断挙動についてその変形・強度特性を统一的に説明することを目的として行ったものである。

せん断時の土の変形特性は、土粒子が平均的に最も滑動しやすいと考えられる滑動面 (Mobilized Plane) 上のせん断・垂直応力比に支配されるという考えより、土の応力・ひずみ関係式が導かれている^{3),4)}。これは土が広い意味での摩擦則に支配される材料であるという考えに基づいている。そして、すでに滑動面の概念を3次元に拡張することにより、3次元空間に空間滑動面 (Spatial Mobilized Plane; 略称 SMP) なる面を提案し、このSMPに基づいて3主応力下の土の応力・ひずみ関係式を導いている^{1),2)}。この応力・ひずみ関係式によれば、平均主応力一定条件下の種々のせん断挙動をかなりよく説明することができるが、厳密に検討すれば、理論値と実測値との間には傾向をもった差異がみられ、まだ多軸応力下の土のせん断特性を十分统一的に説明できていないとはいえない。したがって、ここでは従来の応力・ひず

み関係式の誘導過程に立ちもどって考察し、SMPに基づいた新たなひずみ増分量 ($d\epsilon_{SMP}^*$, dr_{SMP}^*) を導入することにより新たな応力・ひずみ関係式を提案する。次に、この応力・ひずみ関係式が3主応力下の土のせん断特性を统一的に説明できることを、三軸圧縮、三軸伸張、多軸試験結果によって検証するとともに、従来の応力・ひずみ関係式との比較も行っている。

なお、本論文において応力はすべて有効応力を意味するものとする。

2. 2次元粒状体モデルによる 応力・ひずみ関係式の考察

(1) 滑動面に基づいた従来の応力・ひずみ関係式

著者の一人はすでにアルミ棒あるいは光弾性材料の棒の積層体を用いて一面せん断および単純せん断試験を行い、粒子間力、粒子間摩擦、粒子接点角などを、せん断面つまり潜在すべり面上のせん断抵抗を支配する微視的要因として考察した。そしてせん断によって変化する潜在すべり面上の粒子接点角の変化を、その度数分布形の変化として表現し、粒子接点角の平均値 $\bar{\theta}$ によってせん断による粒子構造の変化を評価している。さらに、このような観点から潜在すべり面上のせん断時の土の応力・ひずみ関係式を誘導している^{3),4)}のでその概略を以下に示す。

まず、潜在すべり面上のせん断・垂直応力比 τ/σ_N は潜在すべり面上の粒子接点でのつり合いを統計的に処理することによって、次式のように粒子接点角の平均値 $\bar{\theta}$ と関係づけられる。

$$\frac{\tau}{\sigma_N} = \lambda \cdot \bar{\theta} + \mu \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 μ は潜在すべり面上で実際に発揮されている粒子間摩擦係数の平均値に相当しており、 λ は μ の値によ

* 正会員 工修 名古屋工業大学助手 工学部土木工学科

** 正会員 工博 名古屋工業大学助教授 工学部土木工学科

って決まる 1.0~1.5 の係数である。一方、潜在すべり面上のひずみ増分については、潜在すべり面上の土粒子の滑動方向が潜在すべり面上のひずみ増分方向に一致するととして、次の関係式を導いている。

$$\frac{d\epsilon_N}{dr} = -\tan \bar{\theta} \dots\dots\dots(2)$$

よって、式 (1), (2) より次式で示される応力比 $\tau/\sigma_N \sim$ ひずみ増分比 $d\epsilon_N/dr$ 関係が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\tau}{\sigma_N} &= \lambda \cdot \bar{\theta} + \mu = \lambda \cdot \arctan\left(-\frac{d\epsilon_N}{dr}\right) + \mu \\ &\equiv \lambda \cdot \left(-\frac{d\epsilon_N}{dr}\right) + \mu \dots\dots\dots(3) \end{aligned}$$

また、潜在すべり面上の応力比 τ/σ_N とひずみ比 ϵ_N/r の間に次式で示される関係式が成立する。

$$\frac{\tau}{\sigma_N} = \lambda \cdot \left(-\frac{\epsilon_N}{r}\right) + \mu' \dots\dots\dots(4)$$

ここに、 μ' も通常の粒子構造のもとでは試料が決まればほぼ一定となる係数である。ここで、式 (3), (4) を合わせて微分方程式を解けば、潜在すべり面上のせん断ひずみ増分 dr および垂直ひずみ増分 $d\epsilon_N$ は次式で与えられる。

$$dr = \frac{r_0}{\mu' - \mu} \cdot \exp\left(\frac{\tau/\sigma_N - \mu}{\mu' - \mu}\right) \cdot d(\tau/\sigma_N) \dots\dots(5)$$

$$d\epsilon_N = \frac{\mu - \tau/\sigma_N}{\lambda} \cdot dr \dots\dots\dots(6)$$

以上は 2 次元粒状体の一面せん断試験や単純せん断試験のようにあらかじめせん断面（潜在すべり面）が決められている場合について述べたものである。

次に、2 次元粒状体に最大主応力 σ_1 、最小主応力 σ_3 が作用したとき、平均的に粒子が最も滑動しやすい面は Fig. 1 に示される $(\tau/\sigma_N)_{\max}$ 面になると考えられる。この $(\tau/\sigma_N)_{\max}$ 面は最大稼働面⁵⁾あるいは滑動面 (Mobilized Plane)⁴⁾ とよばれているものである。そして従来は、潜在すべり面上の応力・ひずみ関係式 (式 (3)~(6)) が滑動面上でも成立すると考えて、主応力・主ひずみ関係式を導いている⁴⁾。

(2) 応力・ひずみ関係式の考察と新たに導入したひずみ増分量の定義

滑動面 (Mobilized Plane) とは、Fig. 1 よりわかる

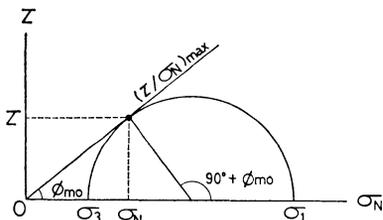


Fig. 1 Mobilized plane where shear-normal stress ratio is maximum.

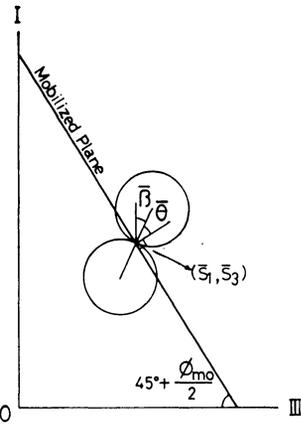


Fig. 2 Mobilized plane in two dimensional space.

ように刻々の応力の値に応じて変化する面であって、最小主応力方向と $(45^\circ + \phi_{mo}/2)$ をなす面となる。ここに、 ϕ_{mo} は応力の関数として次式で与えられる。

$$\tan \phi_{mo} = \frac{\tau}{\sigma_N} = \frac{1}{2} (\sqrt{\sigma_1/\sigma_3} - \sqrt{\sigma_3/\sigma_1}) \dots\dots(7)$$

この滑動面を I, III 軸をそれぞれ最大主応力 σ_1 および最小主応力 σ_3 の作用方向とする 2 次元空間で表せば、Fig. 2 のようになる。従来関係式 (式 (2)) は、この 2 次元空間内の粒子の平均的な滑動方向が滑動面上のひずみ増分の合ベクトル方向に一致することを意味している。しかし、2 次元空間における粒子の滑動を、滑動面という 1 つの面上のひずみ増分 ($d\epsilon_N, dr$) だけで表すのは一般性に欠けると考えられるので、2 次元空間内にある粒子の滑動成分について検討してみる。

いま、Fig. 2 に示す 2 次元空間において、最大主応力方向 (I 軸) からみた滑動粒子接点角の平均値 $\bar{\beta}$ を、滑動面からみた粒子接点角の平均値 $\bar{\theta}$ で表すと次式のようになる。

$$\bar{\beta} = 45^\circ + \frac{\phi_{mo}}{2} - \bar{\theta} \dots\dots\dots(8)$$

したがって、2 次元空間内の粒子の平均的な滑動方向は、次式で表される滑動粒子接点の接線方向の方向余弦 \bar{s} で与えられる。

$$\begin{aligned} \bar{s} = (\bar{s}_1, \bar{s}_3) = & \left\{ -\sin\left(45^\circ + \frac{\phi_{mo}}{2} - \bar{\theta}\right), \right. \\ & \left. \cos\left(45^\circ + \frac{\phi_{mo}}{2} - \bar{\theta}\right) \right\} \dots\dots(9) \end{aligned}$$

次に、この粒子の平均的な滑動成分がどのようなひずみ成分によって表されるかということ、Fig. 3 に示す高さ L_1 、幅 L_3 の 2 次元粒状体に最大および最小主応力 σ_1, σ_3 が作用している場合について考えてみよう。いま、この 2 次元粒状体において、 σ_1 方向および σ_3 方向の滑動接点数を n_1, n_3 とすれば、粒子の滑動によって生じる σ_1 方向および σ_3 方向の微小変位増分 $dL_1,$

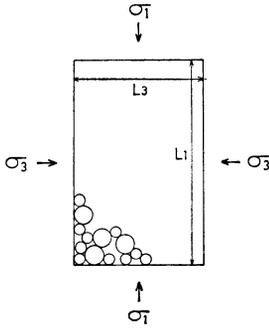


Fig. 3 Two dimensional granular material under maximum and minimum principal stresses σ_1, σ_3 .

dL_3 は、おのおのの粒子接点での滑動成分の和として次式のように表される。

$$\left. \begin{aligned} dL_1 &= \sum_{i=1}^{n_1} (s_{i1} \cdot dl_i) \approx n_1 \cdot \bar{s}_1 \cdot \bar{dl} \\ dL_3 &= \sum_{i=1}^{n_3} (s_{i3} \cdot dl_i) \approx n_3 \cdot \bar{s}_3 \cdot \bar{dl} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 (s_{i1}, s_{i3}) : 滑動接点 i で接する粒子の滑動方向の方向余弦
 dl_i : 滑動接点 i で接する粒子の滑動量
 (\bar{s}_1, \bar{s}_3) : 式 (9) で与えられる粒子の平均的な滑動方向の方向余弦
 \bar{dl} : 粒子の平均的な滑動量

したがって、2次元粒状体の主ひずみ増分 $d\epsilon_1, d\epsilon_3$ は、圧縮ひずみを正で表すことにすれば、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} d\epsilon_1 &= \frac{-dL_1}{L_1} = -(n_1/L_1) \cdot \bar{s}_1 \cdot \bar{dl} \\ d\epsilon_3 &= \frac{-dL_3}{L_3} = -(n_3/L_3) \cdot \bar{s}_3 \cdot \bar{dl} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

さて、いまこの粒状体の初期構造の異方性がないものとすれば、2次元粒状体内における滑動接点の場所的な分布は一様であるとみなせるだろう。このような場合には、単位長さ当たりの滑動接点数は等しいので次式が成り立つ。

$$\frac{n_1}{L_1} = \frac{n_3}{L_3} \dots\dots\dots (12)$$

したがって、式 (11), (12) より主ひずみ増分比 $d\epsilon_1/d\epsilon_3$ は次式で与えられることになる。

$$\frac{d\epsilon_1}{d\epsilon_3} = \frac{\bar{s}_1}{\bar{s}_3} \dots\dots\dots (13)$$

式 (13) は2次元粒状体において、粒子の平均的な滑動方向が主ひずみ増分ベクトルの方向に一致することを示している。したがって、主ひずみ増分ベクトル $\vec{d\epsilon}_i = (d\epsilon_1, d\epsilon_3)$ の滑動面に垂直な成分を $d\epsilon_N^*$ 、平行な成分を dr^* とすれば、式 (2) の代わりに滑動面上の粒子接点角の平均値 $\bar{\theta}$ との間に関係式が成立する。

$$\frac{d\epsilon_N^*}{dr^*} = -\tan \bar{\theta} \dots\dots\dots (14)$$

なお、 $d\epsilon_N^*, dr^*$ は主ひずみ増分ベクトルの成分をとることにより、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} d\epsilon_N^* &= d\epsilon_1 \cdot \cos\left(45^\circ + \frac{\phi_{mo}}{2}\right) \\ &\quad + d\epsilon_3 \cdot \sin\left(45^\circ + \frac{\phi_{mo}}{2}\right) \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dr^* &= d\epsilon_1 \cdot \sin\left(45^\circ + \frac{\phi_{mo}}{2}\right) \\ &\quad - d\epsilon_3 \cdot \cos\left(45^\circ + \frac{\phi_{mo}}{2}\right) \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

ここで、式 (1) で示される潜在すべり面上のつり合い式が滑動面上でも成立するとすれば、新たなひずみ増分量 ($d\epsilon_N^*, dr^*$) を導入することにより、式 (3)~(6) 同様以下の関係式が与えられる。

$$\frac{\tau}{\sigma_N} = \lambda^* \cdot \left(-\frac{d\epsilon_N^*}{dr^*}\right) + \mu^* \dots\dots\dots (17)$$

$$\frac{\tau}{\sigma_N} = \lambda^* \cdot \left(-\frac{\epsilon_N^*}{r^*}\right) + \mu^* \dots\dots\dots (18)$$

$$dr^* = \frac{r_0^*}{\mu'^* - \mu^*} \cdot \exp\left(\frac{\tau/\sigma_N - \mu^*}{\mu'^* - \mu^*}\right) \cdot d(\tau/\sigma_N) \dots\dots\dots (19)$$

$$d\epsilon_N^* = \frac{\mu^* - \tau/\sigma_N}{\lambda^*} \cdot dr^* \dots\dots\dots (20)$$

3. 空間滑動面に基づいたせん断時の土の応力・ひずみ関係式

(1) 空間滑動面^{1), 2)}

いま相違なる3主応力 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ が作用する場合、Mohrの応力円はFig. 4のように3個描ける。この図において、3個の応力円に原点からの直線が接する点に着目すると、これら3点は各2主応力間においてせん断・垂直応力比が最大の面に対応する。これら3つの面を3次元空間に表示するとFig. 5のAC, AB, BCとなる。ここに、I, II, III軸はおのおの $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ の作用する方向を表す。これら3つの面はそれぞれ各2主応力

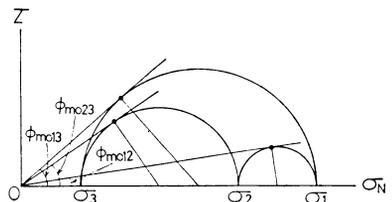


Fig. 4 Three mobilized planes where shear-normal stress ratio is maximum under respective two principal stresses.

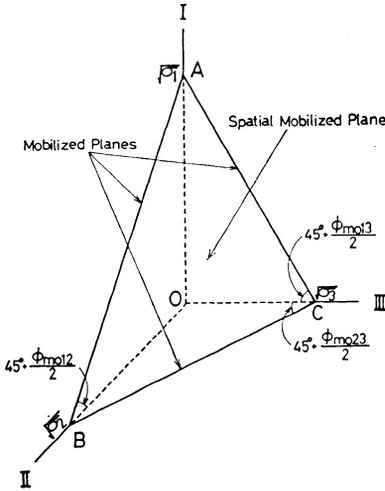


Fig. 5 Spatial mobilized plane and three mobilized planes under three dimensional space.

間で平均的に土粒子が最も滑動しやすい面（滑動面）を表している。したがって、3次元空間においてはこれら3つの滑動面の合成面、つまり面ABCに沿って平均的に土粒子が最も滑動しやすいと考えられる。この面ABCを従来より空間滑動面（Spatial Mobilized Plane；略称SMP）と定義している。このSMPが3軸を切る点は、

$$\tan\left(45^\circ + \frac{\phi_{m o i j}}{2}\right) = \sqrt{\frac{1 + \sin \phi_{m o i j}}{1 - \sin \phi_{m o i j}}} = \sqrt{\frac{\sigma_i}{\sigma_j}} \quad (i, j = 1, 2, 3, i < j) \dots\dots(21)$$

より、Fig. 5に示すように各主応力値のルートの割合になる。したがって、SMPは等方応力状態では正八面体面（oct面）に一致し、応力の変化とともに動く性質をもっている。また、SMPの法線方向余弦（ a_1, a_2, a_3 ）は次式で表される。

$$a_i = \sqrt{\frac{J_3}{\sigma_i \cdot J_2}} \quad (i = 1, 2, 3) \dots\dots(22)$$

ここに、 J_1, J_2, J_3 は応力の1次、2次、3次の不変量であって次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} J_1 &= \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \\ J_2 &= \sigma_1 \cdot \sigma_2 + \sigma_2 \cdot \sigma_3 + \sigma_3 \cdot \sigma_1 \\ J_3 &= \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_3 \end{aligned} \right\} \dots\dots(23)$$

(2) 3主応力下の土の応力・ひずみ関係式

実際の土のように3主応力が作用している場合、前章の新たなひずみ増分量に基づく滑動面上の応力・ひずみ関係式が空間滑動面（SMP）上で成立すると考え、3主応力下の土の応力・ひずみ関係式を誘導する。空間滑動面（SMP）上の垂直応力 σ_{SMP} 、せん断応力 τ_{SMP} 、およびせん断・垂直応力比 τ_{SMP}/σ_{SMP} は次式で表される。

$$\sigma_{SMP} = \sigma_1 \cdot a_1^2 + \sigma_2 \cdot a_2^2 + \sigma_3 \cdot a_3^2 = 3 \cdot \frac{J_3}{J_2} \dots\dots(24)$$

$$\begin{aligned} \tau_{SMP} &= \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 \cdot a_1^2 \cdot a_2^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 \cdot a_2^2 \cdot a_3^2} \\ &\quad + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \cdot a_3^2 \cdot a_1^2} \\ &= \frac{\sqrt{J_1 \cdot J_2 \cdot J_3 - 9 J_3^2}}{J_2} \dots\dots(25) \end{aligned}$$

$$\frac{\tau_{SMP}}{\sigma_{SMP}} = \sqrt{\frac{J_1 \cdot J_2 - 9 J_3}{9 J_3}} \dots\dots(26)$$

一方、主応力と主ひずみ増分方向が一致するという仮定に立てば、3次元空間における平均的な土粒子の滑動方向は、前章で述べたように主ひずみ増分ベクトル $d\epsilon_i$ の方向に一致することになる（なお、付録に3次元空間における簡潔な証明を示す）。

$$d\epsilon_i = (d\epsilon_1, d\epsilon_2, d\epsilon_3) \dots\dots(27)$$

したがって、SMPに基づく新たなひずみ増分量（ $d\epsilon_{SMP}^*$ 、 dr_{SMP}^* ）は、2次元の場合と同様主ひずみ増分ベクトルのSMPに垂直な成分および平行な成分になると考えられるので、次式で与えられる。

$$d\epsilon_{SMP}^* = d\epsilon_1 \cdot a_1 + d\epsilon_2 \cdot a_2 + d\epsilon_3 \cdot a_3 \dots\dots(28)$$

$$\begin{aligned} dr_{SMP}^* &= \sqrt{(d\epsilon_1 \cdot a_2 - d\epsilon_2 \cdot a_1)^2 + (d\epsilon_2 \cdot a_3 - d\epsilon_3 \cdot a_2)^2} \\ &\quad + (d\epsilon_3 \cdot a_1 - d\epsilon_1 \cdot a_3)^2} \dots\dots(29) \end{aligned}$$

ここに、 $a_i (i = 1, 2, 3)$ は式 (22) で与えられる。この新たなひずみ増分量（ $d\epsilon_{SMP}^*$ 、 dr_{SMP}^* ）とSMP上のせん断・垂直応力比 τ_{SMP}/σ_{SMP} の間に前述の式 (17)～(20) と同様のユニークな関係式が成り立つとすれば次式が得られる。

$$\frac{\tau_{SMP}}{\sigma_{SMP}} = \lambda^* \cdot \left(-\frac{d\epsilon_{SMP}^*}{dr_{SMP}^*}\right) + \mu^* \dots\dots(30)$$

$$\frac{\tau_{SMP}}{\sigma_{SMP}} = \lambda^* \cdot \left(-\frac{\epsilon_{SMP}^*}{r_{SMP}^*}\right) + \mu'^* \dots\dots(31)$$

$$dr_{SMP}^* = \frac{r_o^*}{\mu'^* - \mu^*} \cdot \exp\left(\frac{X - \mu^*}{\mu'^* - \mu^*}\right) \cdot dX \dots\dots(32)$$

$$d\epsilon_{SMP}^* = \frac{\mu^* - X}{\lambda^*} \cdot dr_{SMP}^* \quad (X \equiv \tau_{SMP}/\sigma_{SMP}) \dots\dots(33)$$

ここに、新たなパラメーター（ $\lambda^*, \mu^*, \mu'^*, r_o^*$ ）は、従来のパラメーター（ λ, μ, μ', r_o ）と同様の性質をもつものである。つまり、 λ^*, μ^*, μ'^* は試料が決まればほぼ一定となるパラメーターであり、また、 r_o^* は初期の粒子構造や拘束応力 σ_m の影響を受けるパラメーターであって、初期の粒子構造が同じ場合は平均主応力 σ_m の関数として次式で与えられる。

$$r_o^* = r_{oi}^* + C_d^* \cdot \log_{10} \frac{\sigma_m}{\sigma_{mi}} \dots\dots(34)$$

ここに、 σ_{mi}, r_{oi}^* は基準とした平均主応力およびそのときの r_o^* を表している。また C_d^* は試料およびその初期の粒子構造によって決まる係数と考えられる。ところで、SMPに基づくひずみ増分量 $d\epsilon_{SMP}^*$ の方向余弦は式 (22) の $a_i (i = 1, 2, 3)$ で与えられる。また、 dr_{SMP}^*

の方向余弦は、土粒子の平均的な滑動成分の SMP に平行な成分が τ_{SMP} の方向に一致すると考えれば、次式で示す τ_{SMP} の方向余弦 $b_i (i=1, 2, 3)$ で与えられる。

$$b_i = \frac{\sigma_i - \sigma_{SMP}}{\tau_{SMP}} \cdot a_i$$

$$= \frac{\sigma_i J_2 - 3 J_3}{\sqrt{\sigma_i J_2 (J_1 J_2 - 9 J_3)}} \quad (i=1, 2, 3) \dots\dots (35)$$

したがって、ひずみ増分量 ($d\epsilon_{SMP}^*$, dr_{SMP}^*) の 3 主ひずみ増分への変換式は次式で与えられる。

$$d\epsilon_i = a_i \cdot d\epsilon_{SMP}^* + b_i \cdot dr_{SMP}^* \quad (i=1, 2, 3) \dots\dots (36)$$

ここで、空間滑動面 (SMP) に基づいた新たなひずみ増分量を導入した意義について述べる。本来、土のようにそのせん断機構がおおのこの粒子間のすべりという離散系の運動に支配される材料では、粒子の平均的な滑動というものを介して応力とひずみの関係を結びつける必要がある。前述したように、3 次元空間内の土粒子の滑動は、空間滑動面 (SMP) 上のせん断・垂直応力比 τ_{SMP}/σ_{SMP} に支配され、その刻々の平均的な滑動方向は主ひずみ増分ベクトルの方向に一致する。したがって、土の応力・ひずみ関係式を規定するうえで、主ひずみ増分ベクトルの SMP に垂直な成分および平行な成分 ($d\epsilon_{SMP}^*$, dr_{SMP}^*) と SMP 上のせん断・垂直応力比 (τ_{SMP}/σ_{SMP}) との間でユニークな関係式を規定しようとすることは意味のあることと思われる。また、連続体でない土のような粒状体の応力・ひずみ関係式が、式 (30)~(33) で示されるように、階数の異なるテンソル成分、つまり 2 階のテンソル成分で与えられる応力と 1 階のテンソル (ベクトル) 成分で与えられるひずみの間で、ユニークに決められるのも興味深い。

4. 試料および実験方法

(1) 試料

実験の試料としては、飽和した豊浦標準砂 (平均粒径 0.2 mm, 均等係数 1.3, 比重 2.65, 最大間隙比 0.95, 最小間隙比 0.58) を用い、ゴム膜 (厚さ 0.2 mm) を密着させたモールド内で締め固めることにより供試体を作成した。なお供試体の作成にあたっては、試料を 5 層に詰め、各層ごとに突き棒で構造を乱すことにより、できるだけ初期構造の異方性が入らないようにした。Fig. 6 はこの方法により作成した供試体の等方圧縮試験結果を体積ひずみ ϵ_v ~ 軸ひずみ ϵ_a 関係で整理したものである。同図より載荷、除荷を問わず実験結果が勾配 3 の直線上にほぼ載っているため、この供試体の初期構造の異方性はないものと考えられる。また供試体の初期間隙比は $e_0 = 0.68$ であり、やや密な状態と考えられる。

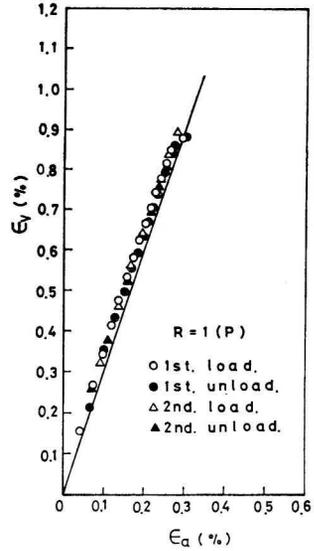


Fig. 6 Volumetric strain ϵ_v vs. axial strain ϵ_a obtained by isotropic consolidation test on Toyoura sand.

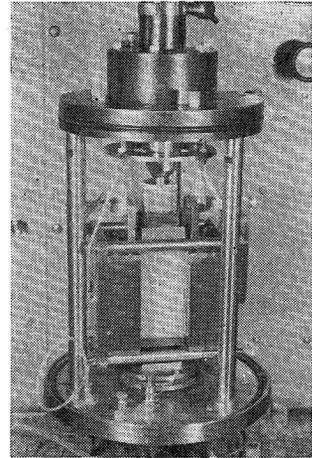


Photo 1 True triaxial apparatus with outer cell removed.

(2) 実験方法と応力経路

まず実験に用いた試験機と試験方法について述べる。
 (i) 三軸圧縮試験および三軸伸張試験
 三軸圧縮 ($\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$) および三軸伸張 ($\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$) 試験は径 50 mm, 高さ 121 mm の円筒供試体を用い、軸圧 σ_a および側圧 σ_r が独立に加えられる応力制御型の三軸圧縮試験機で行っている。
 (ii) 多軸試験
 立方体あるいは直方体供試体による多軸試験機を大別すれば、a) 3 主応力とも剛板で載荷する剛板載荷方式⁹⁾, b) 3 主応力を柔らかいゴムバックで載荷する方式^{7)~9)},

c) 通常の三軸セル内に 1 対の載荷機構を設置し相違なる 3 主応力を載荷する方式^{10)~12)}の 3 通りとなる。しかし、おのおのタイプの試験機はそれぞれ長所、短所をもっており決定的な試験機は現在のところまだないようである。ここでは、c) のタイプの試験機を用いて実験を行っているが、以下に述べる実験方法の改良により、多軸試験の精度をかなり向上させることができた。Photo 1 は試料 (50 mm×50 mm×100 mm) および載荷装置をセットした状態を示したものである。まず載荷方法については、最大主応力 σ_1 は側方の剛板を介してプレッシャーバックで、中間主応力 σ_2 はセルの液圧で、最小主応力 σ_3 は剛板を介して鉛直方向のピストンで載荷している。このようにすれば、 σ_1 方向の剛板は試料に押し込まれ、 σ_3 方向の剛板は引き出されることになるので、このタイプの試験機の欠点の 1 つである試料隅角部のアーチングの影響をかなり小さくすることができる。また側方の剛板および載荷装置は、試料への摩擦の影響を軽減させるため、ゴムで吊り下げ、浮動式としている。次にひずみの測定については、最大主ひずみ ϵ_1 および最小主ひずみ ϵ_3 は剛板の変位をダイヤルゲージで測定することにより求め、中間主ひずみ ϵ_2 はビューレットにより測定した供試体の体積変化量と ϵ_1, ϵ_3 より算定している。

なお両試験とも、供試体の端面摩擦はシリコングリース、ラバー、テフロンシート等によって除去し、体積変化量の測定ではメンブレンの貫入による排水量の補正を行っている。また試験はすべて排水条件のもとで、応力制御で行っている。応力は段階応力で与え、ある応力状態での軸ひずみ速度が $1.0 \times 10^{-5}/\text{min}$ 以下になった後に、次の段階応力を加えた。

次に、実験の応力径路について述べる。土質力学の分野では通常平均主応力一定 ($\sigma_m = \text{const.}$) 条件下で応力比が変化する場合は変形をせん断による変形と考えているので、実験はすべて平均主応力一定条件下で行っている。三軸圧縮・伸張試験は 2 種の平均主応力 ($\sigma_m = 196 \text{ kN/m}^2$ (2.0 kgf/cm²), 392 kN/m^2 (4.0 kgf/cm²)) のもとで行っている。多軸試験は平均主応力 $\sigma_m = 196 \text{ kN/m}^2$ のもとで、Fig. 7 に示す応力径路下で実験を行っている。Fig. 7 は主応力空間を π 面 (平均主応力 $\sigma_m = 196 \text{ kN/m}^2$) で切った断面を示したものである。多軸試験の θ 一定径路は、同図に示すように π 面上で $\theta = 0^\circ$ (三軸圧縮条件), $15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ (三軸伸張条件) の直線となる 5 種の応力径路を意味している。なお、これらの応力径路において、 θ と各主応力の間に次式で示す関係がある。

$$\tan \theta = \sqrt{3} \frac{(\sigma_2 - \sigma_3)}{(\sigma_1 - \sigma_2) + (\sigma_1 - \sigma_3)} \dots\dots\dots (37)$$

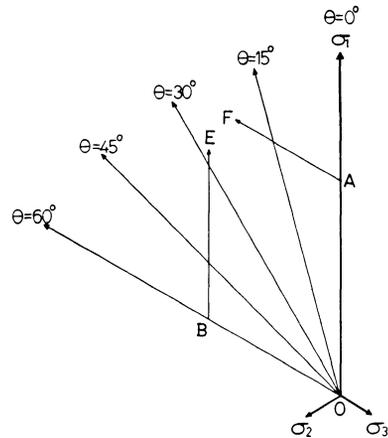


Fig. 7 Stress paths on octahedral plane for true triaxial tests.

また、径路 OAF は Fig. 7 に示すように $\sigma_1/\sigma_3 = 3$ まで $\theta = 0^\circ$ でせん断した後せん断方向を 60° 回転させる応力径路を、径路 OBE は $\sigma_1/\sigma_3 = 3$ まで $\theta = 60^\circ$ でせん断した後せん断方向を -60° 回転させる応力径路を意味している。

5. 実験データによる検証

(1) SMP 上の応力・ひずみ関係の検証

まず SMP 上の $\tau_{\text{SMP}}/\sigma_{\text{SMP}} \sim d\epsilon_{\text{SMP}}^*/dr_{\text{SMP}}^*$ 関係 (式 (30)) の検証を行う。Fig. 8 は通常の円筒供試体による三軸圧縮試験 (○印: $\sigma_m = 196 \text{ kN/m}^2$ (2.0 kgf/cm²), □印: $\sigma_m = 392 \text{ kN/m}^2$ (4.0 kgf/cm²)) および三軸伸張試験 (●印: $\sigma_m = 196 \text{ kN/m}^2$, ■印: $\sigma_m = 392 \text{ kN/m}^2$) の結果を $\tau_{\text{SMP}}/\sigma_{\text{SMP}} \sim d\epsilon_{\text{SMP}}^*/dr_{\text{SMP}}^*$ 関係で整理したものである。同図より平均主応力 σ_m や三軸圧縮・伸張条件にかかわらず同一直線上に整理されるのがわかる。Fig. 9 は Fig. 7 に示す θ 一定径路の多軸試験結果 ($\sigma_m = 196 \text{ kN/m}^2$ (2.0 kgf/cm²): $\theta = 0^\circ$ (○印), 15° (△印), 30° (●印), 45° (▲印), 60° (●印)) を、Fig. 10 は径路 OAF, OBE の多軸試験結果を同じ整理で示したものである。Fig. 8~10 より式 (30) で与えられる応力比・ひずみ増分比関係式が、応力径路やせん断途中の応力径路の変化にかかわらずユニークに成立することがわかる。Fig. 11 は Fig. 8 と同じ試験結果を SMP に基づく従来の整理^{1), 2)}で示したものである。同図においても三軸圧縮・伸張にかかわらずほぼ同一直線上にプロットされるが、詳細に比較すれば、三軸伸張試験結果が三軸圧縮試験結果よりも勾配が大きく切片が小さい傾向が平均主応力 σ_m の大きさにかかわらずみられる。Roscoe らの Cambridge 学派はせん断によるエネルギー消散を

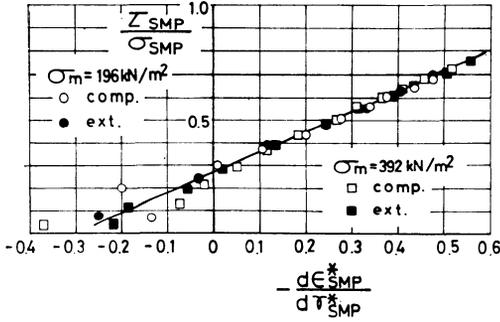


Fig. 8 Relationship between τ_{SMP}/σ_{SMP} and $d\epsilon_{SMP}^*/d\gamma_{SMP}^*$ obtained by triaxial compression and triaxial extension tests on Toyoura sand.

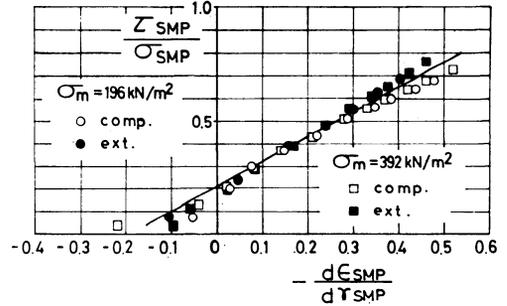


Fig. 11 Relationship between τ_{SMP}/σ_{SMP} and $d\epsilon_{SMP}/d\gamma_{SMP}$ obtained by same tests as Fig. 8 (arrangement based on former stress-strain relationship).

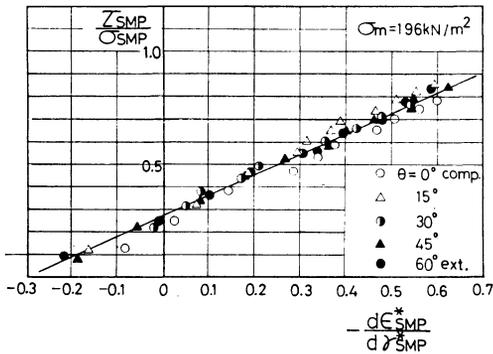


Fig. 9 Relationship between τ_{SMP}/σ_{SMP} and $d\epsilon_{SMP}^*/d\gamma_{SMP}^*$ obtained by true triaxial tests (stress paths: $\theta = \text{const.}$) on Toyoura sand.

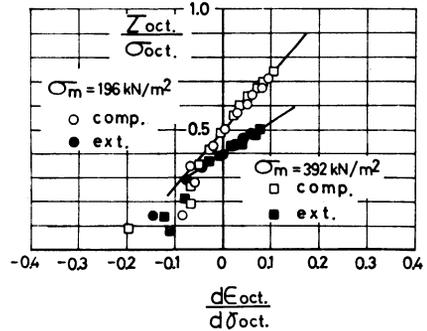


Fig. 12 Relationship between τ_{oct}/σ_{oct} and $d\epsilon_{oct}/d\gamma_{oct}$ obtained by same tests as Fig. 8.

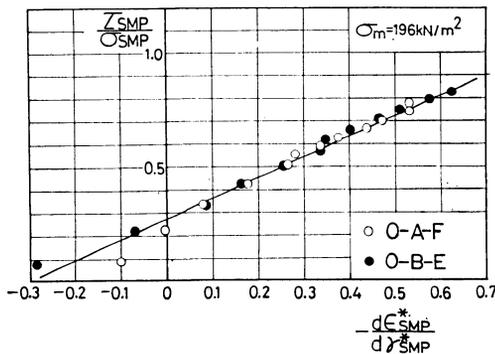


Fig. 10 Relationship between τ_{SMP}/σ_{SMP} and $d\epsilon_{SMP}^*/d\gamma_{SMP}^*$ obtained by true triaxial tests (stress paths: OAF, OBE) on Toyoura sand.

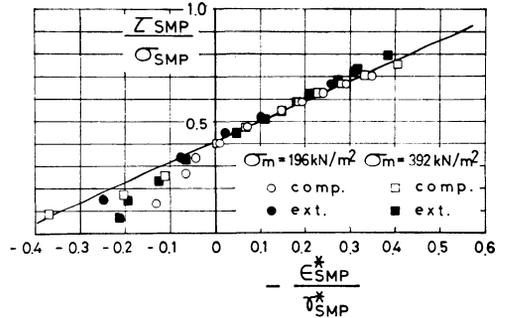


Fig. 13 Relationship between τ_{SMP}/σ_{SMP} and $\epsilon_{SMP}^*/\gamma_{SMP}^*$ obtained by triaxial compression and triaxial extension tests on Toyoura sand.

考えて、次式で示される一般応力状態の応力比 $q/p \sim$ ひずみ増分比 $d\epsilon_v/d\epsilon_d$ 関係を導いている¹³⁾。

$$\frac{q}{p} = M - \frac{d\epsilon_v}{d\epsilon_d} \dots\dots\dots (38)$$

ここに、 $p = (1/3) \cdot (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$ 、 $q = (1/\sqrt{2}) \cdot \{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\}^{1/2}$ 、 $d\epsilon_v = d\epsilon_1 + d\epsilon_2 + d\epsilon_3$ 、 $d\epsilon_d = (\sqrt{2}/3) \{ (d\epsilon_1 - d\epsilon_2)^2 + (d\epsilon_2 - d\epsilon_3)^2 + (d\epsilon_3 - d\epsilon_1)^2 \}^{1/2}$ で

ある。式 (38) は正八面体面 (oct 面) 上のせん断・垂直応力比 τ_{oct}/σ_{oct} および垂直・せん断ひずみ増分比 $d\epsilon_{oct}/d\gamma_{oct}$ を用いて次式のように書き換えられる。

$$\frac{\tau_{oct}}{\sigma_{oct}} = \frac{\sqrt{2}}{3} M - 2 \cdot \frac{d\epsilon_{oct}}{d\gamma_{oct}} \dots\dots\dots (39)$$

Fig. 12 は Fig. 8 と同じ試験結果を $\tau_{oct}/\sigma_{oct} \sim d\epsilon_{oct}/d\gamma_{oct}$ 関係で整理したものである。同図より、oct 面上の整理では応力条件によって勾配、縦軸切片が大きく異なりユニークに整理できないのがみられる²⁾。

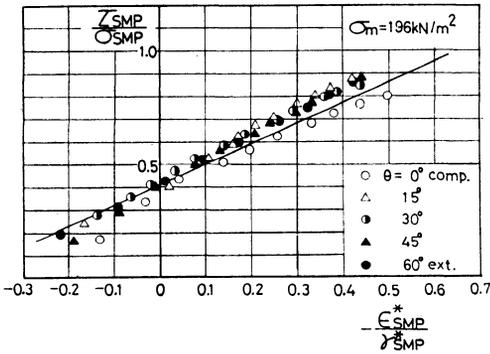


Fig. 14 Relationship between τ_{SMP}/σ_{SMP} and $\epsilon_{SMP}^*/\gamma_{SMP}^*$ obtained by true triaxial tests on Toyoura sand.

Fig. 13は前述の三軸圧縮および三軸伸張試験結果を $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} \sim \epsilon_{SMP}^*/\gamma_{SMP}^*$ 関係で整理したものである。ここでも三軸圧縮・伸張にかかわらず、ほぼ一本の直線上にプロットされ、式(31)が成立するのがみられる。また Fig. 14は θ 一定径路の多軸試験結果について同様の整理を行ったものである。図中の直線は Fig. 13に示す通常の三軸試験より得られる関係を表しているが、多軸試験においても式(31)が応力径路にかかわらず成立するようである。

次に、SMP上の $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} \sim \gamma_{SMP}^*$ 、 $\gamma_{SMP}^* \sim \epsilon_{SMP}^*$ 関係の検証を行う。Fig. 15, 16は三軸圧縮および三軸伸張

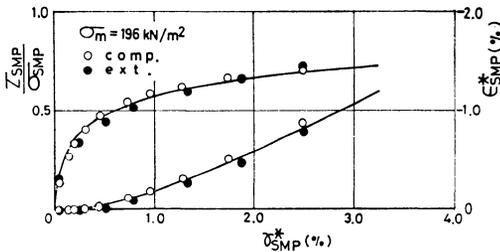


Fig. 15 Relationship among τ_{SMP}/σ_{SMP} , γ_{SMP}^* and ϵ_{SMP}^* obtained by triaxial compression and triaxial extension tests ($\sigma_m=196 \text{ kN/m}^2$) on Toyoura sand.

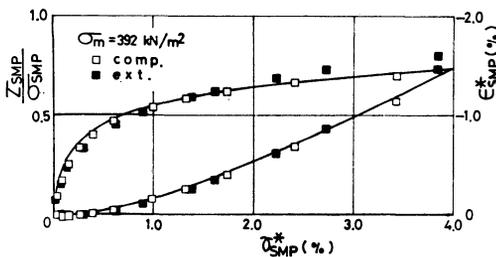


Fig. 16 Relationship among τ_{SMP}/σ_{SMP} , γ_{SMP}^* and ϵ_{SMP}^* obtained by triaxial compression and triaxial extension tests ($\sigma_m=392 \text{ kN/m}^2$) on Toyoura sand.

Table 1 Values of all parameters in proposed stress-strain relationship for Toyoura sand.

λ^*	0.9	
μ^*	0.27	
μ'^*	0.41	
τ_{oi}^*	C_d^*	0.10%
	C_d^*	0.066%
	σ_{mi}	98 kN/m ² (1.0 kgf/cm ²)

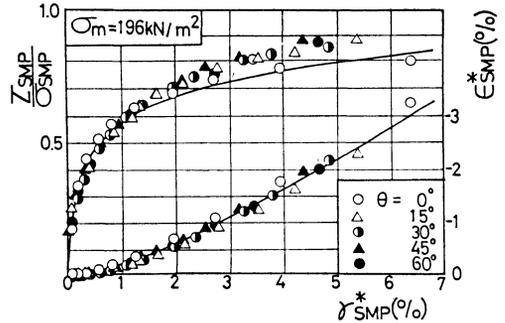


Fig. 17 Relationship among τ_{SMP}/σ_{SMP} , γ_{SMP}^* and ϵ_{SMP}^* obtained by true triaxial tests on Toyoura sand.

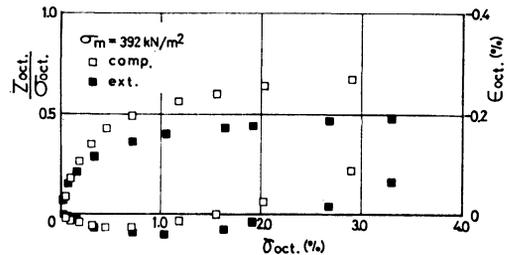


Fig. 18 Relationship among τ_{oct}/σ_{oct} , γ_{oct} and ϵ_{oct} obtained by same tests as Fig. 16.

試験結果の実測値の整理(プロット)と式(32),(33)による計算曲線(実線)を示している。なお計算曲線のパラメーター(λ^* , μ^* , μ'^*)は、通常の三軸試験の整理(Fig. 8, 13)より決定し、 τ_{oi}^* に関するパラメーター τ_{oi}^* , C_d^* は平均主応力の異なる2種以上の試験結果より決定した。ここで実験に用いた豊浦標準砂の土質パラメーターを Table 1に示す。Fig. 17は θ 一定径路の多軸試験結果を Fig. 15, 16と同じ整理で示したものである。同図には上述の三軸試験より得られたパラメーターを用いて計算された計算曲線を示しているが、実測値は応力径路にかかわらずほぼユニークな曲線上にプロットされるのがみられる。Fig. 18は比較のため Fig. 16と同じ試験データ($\sigma_m=392 \text{ kN/m}^2$)を正八面体面(oct面)上の応力比 $\tau_{oct}/\sigma_{oct} \sim$ せん断ひずみ $\gamma_{oct} \sim$ 垂直ひずみ ϵ_{oct} 関係で整理した結果を示している。Fig.

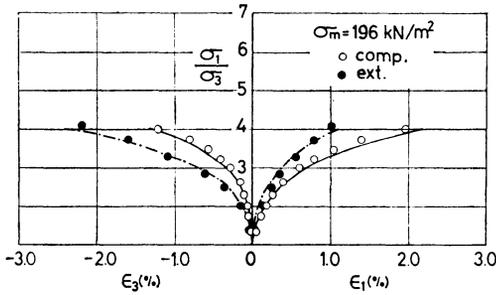


Fig. 19 Principal stress ratio vs. principal strains relationship in triaxial compression and triaxial extension tests ($\sigma_m=196 \text{ kN/m}^2$) on Toyoura sand.

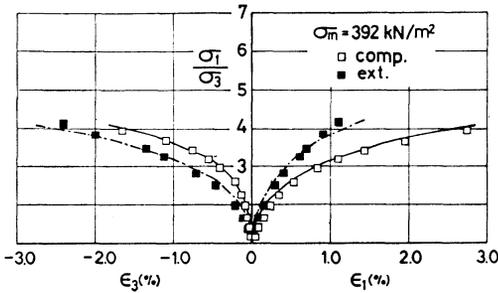


Fig. 20 Principal stress ratio vs. principal strains relationship in triaxial compression and triaxial extension tests ($\sigma_m=392 \text{ kN/m}^2$) on Toyoura sand.

16 の SMP に基づく整理では三軸圧縮, 三軸伸張条件下の両実測値がユニークに整理されているが, oct 面上では Fig. 12 の場合同様三軸圧縮・伸張の両試験結果の間に大きな差がみられる。

(2) 主応力・主ひずみ関係の検証

ここではまず, 通常円筒供試体による三軸試験結果について検証を行う。Fig. 19, 20 は三軸圧縮および三軸伸張試験のデータを主応力比 (σ_1/σ_3) ~ 主ひずみ (ϵ_1, ϵ_3) 関係で整理した結果 (プロット) と式 (32), (33), (36) による計算曲線 (三軸圧縮: 実線, 三軸伸張: 一点鎖線) を示したものである (ただし, 実測値, 計算値ともに主応力比 $\sigma_1/\sigma_3 \leq 4$ までであり, 破壊時までは示していない)。なお本論文において計算曲線はすべて前述の Table 1 に示す土質パラメータを用いて計算している。Fig. 21, 22 は Fig. 20 と同じデータを体積ひずみ ϵ_v ~ 主ひずみ差 ($\epsilon_1 - \epsilon_3$) 関係で整理したものである。図中プロットは実測値を示し, 実線は式 (32), (33), (36) による計算曲線を示し, 破線は SMP に基づく従来の関係式^{1), 2)}による計算曲線を示している。なお, 実測値および計算曲線の終了点はすべて $\sigma_1/\sigma_3 = 4$ の応力状態に対応している。これらの図からも, 新たな応力・ひ

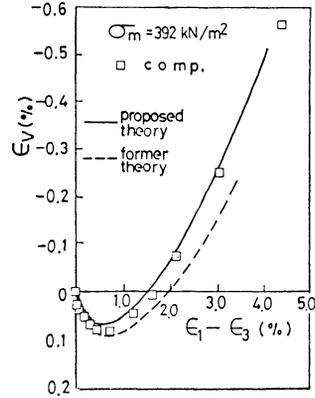


Fig. 21 Comparison of proposed and former theoretical curves with values observed from triaxial compression test on Toyoura sand.

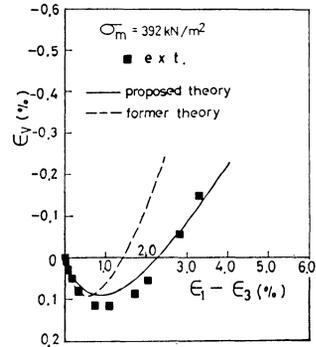


Fig. 22 Comparison of proposed and former theoretical curves with values observed from triaxial extension test on Toyoura sand.

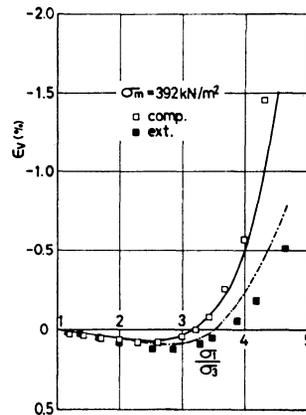


Fig. 23 Volumetric strain vs. principal stress ratio relationship in triaxial compression and triaxial extension tests on Toyoura sand.

ずみ関係式は従来の応力・ひずみ関係式よりもよりよく実測値を説明しているといえるであろう。Fig. 23 は三

軸圧縮および三軸伸張試験結果 ($\sigma_m=392 \text{ kN/m}^2$) を体積ひずみ ϵ_v ~ 主応力比 σ_1/σ_3 関係で整理したものである。図中の実線は三軸圧縮試験の計算曲線を、一点鎖線は三軸伸張試験の計算曲線を示している。ところで、従来の関係式によれば、SMP 上のひずみ増分の主ひずみ増分 $d\epsilon_i$ への変換式は次式で与えられている^{1),2)}。

$$d\epsilon_i = d\epsilon_{\text{SMP}} + \frac{b_i}{2 a_i} \cdot d\tau_{\text{SMP}}$$

$$= d\epsilon_{\text{SMP}} + \frac{\sigma_i - \sigma_{\text{SMP}}}{2 \tau_{\text{SMP}}} \cdot d\tau_{\text{SMP}} \quad (i=1, 2, 3)$$

.....(40)

よって体積ひずみ増分 $d\epsilon_v$ は次式で与えられる。

$$d\epsilon_v = d\epsilon_1 + d\epsilon_2 + d\epsilon_3$$

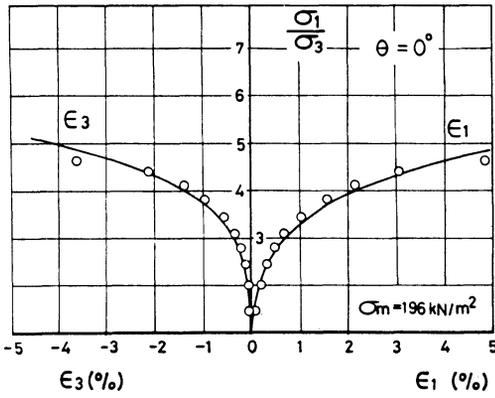
$$= 3 d\epsilon_{\text{SMP}} + \frac{J_1 - 3 \sigma_{\text{SMP}}}{2 \tau_{\text{SMP}}} \cdot d\tau_{\text{SMP}}$$

$$= 3 d\epsilon_{\text{SMP}} + \frac{3 X}{2} \cdot d\tau_{\text{SMP}} \quad (X \equiv \tau_{\text{SMP}}/\sigma_{\text{SMP}})$$

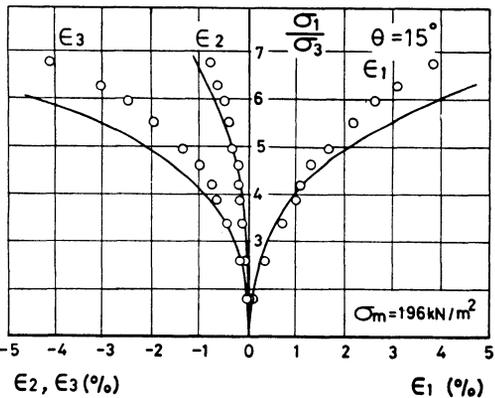
.....(41)

また、式 (26) より三軸圧縮条件と三軸伸張条件では SMP 上のせん断・垂直応力比はともに次式のようになる。

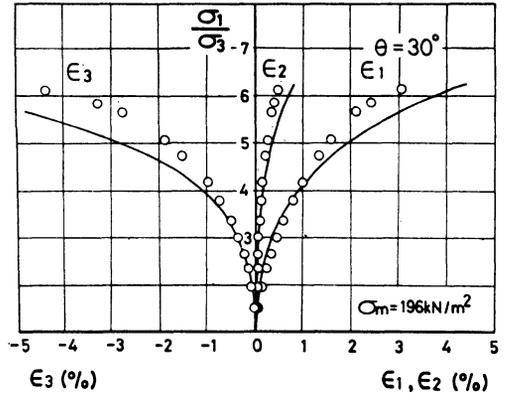
$$\frac{\tau_{\text{SMP}}}{\sigma_{\text{SMP}}} \equiv X = \frac{\sqrt{2}}{3} (\sqrt{\sigma_1/\sigma_3} - \sqrt{\sigma_3/\sigma_1}) \quad \text{.....(42)}$$



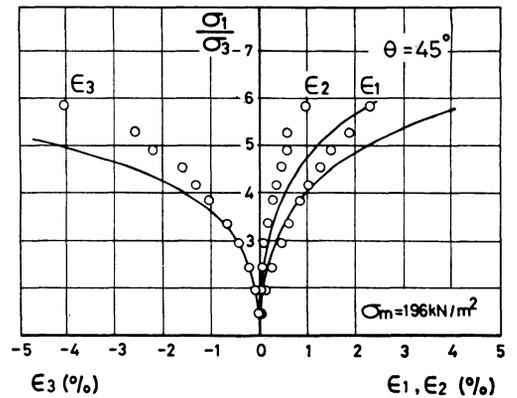
(a)



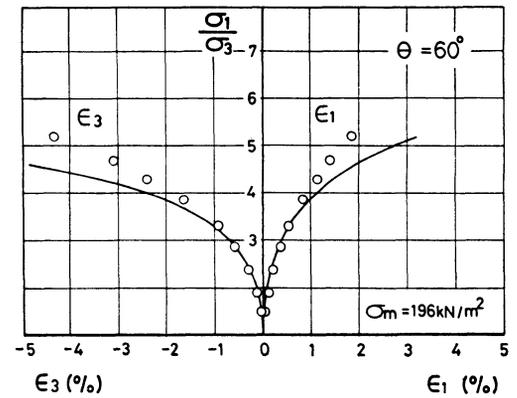
(b)



(c)



(d)



(e)

式 (42) より同じ主応力比 σ_1/σ_3 では三軸圧縮条件と三軸伸張条件の $\tau_{\text{SMP}}/\sigma_{\text{SMP}}$ は同じとなり、同じ $\tau_{\text{SMP}}/\sigma_{\text{SMP}}$ に対する $d\epsilon_{\text{SMP}}, d\tau_{\text{SMP}}$ は等しいので、式 (41) より体積ひずみ ϵ_v も同一の値となる。したがって、従来の関係式によればこのような実測値の傾向は説明でき

Fig. 24 Principal stress ratio vs. principal strains relationships in true triaxial tests ($\theta=0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$) on Toyoura sand.

ないことになる。

次に多軸試験結果について検証を行う。Fig. 24 (a) ~ (e) は、 θ 一定径路の多軸試験 ($\theta=0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$) の主応力比 $\sigma_1/\sigma_3 \sim$ 主ひずみ ($\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$) 関係の実測値 (プロット) と、前述の土質パラメーターを用いて式 (32), (33), (36) により計算される計算曲線を示しているが、両者はよい対応を示している。特に $\theta=15^\circ$ で中間主ひずみ ϵ_2 は膨張側となり、 $\theta=30^\circ$ では圧縮側となる実測値の傾向を、計算曲線はよく表現している。したがって、上述の結果より、平面ひずみ状態の応力径路は $\theta=15^\circ \sim 30^\circ$ に位置することになるが、これはいままでによく報告されている結果^{9), 12)}と一致している。なお、通常の円筒形供試体についての三軸試験から得られる土質パラメーターを用いて、多軸応力下の土の応力・ひずみ関係をこのように予測できることは意義深いことと思われる。Fig. 25 は、 $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ なる条件下の θ 一定径路の多軸試験 ($\theta=15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$) のひずみ増分方向の実測値を正八面体面 (oct 面) に投影し、ベクトルで示したものである。ここに、oct 面上でのひずみ増分ベクトルと σ_1 方向 ($d\epsilon_1$ 方向) のなす角 ζ は次式で与えられる。

$$\tan \zeta = \sqrt{3} \cdot \frac{(d\epsilon_2 - d\epsilon_3)}{(d\epsilon_1 - d\epsilon_2) + (d\epsilon_1 - d\epsilon_3)} \dots\dots (43)$$

なお、ベクトルの大きさは oct 面上のせん断ひずみ増分 dr_{oct} と oct 面上のせん断・垂直応力比増分 $d(\tau_{oct}/\sigma_{oct})$ との比で表している。同図より、 $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ なる多軸応力状態では応力比の増加に伴い、oct 面上のひずみ増分方向が応力径路方向から一方向にずれる傾向がみられる。このような実験事実は、砂については Lade・Duncan^{12), 14)}、宮森⁹⁾ によって、粘土については Yong・Mckyes¹⁵⁾ によっても指摘されている。Fig. 26 は、式 (32), (33), (36), (43) より算定される oct 面上のひずみ増分方向の計算値を示したものであるが、Fig. 25 にみられる実測値の傾向をよく説明している。また、Fig. 25, 26 には参考までに $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} = \text{const.}$ なる条件を実線で示したが、ひずみ増分ベクトルの方向は実測値も計算値もこの条件に垂直にならない。したがって、後述する $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP} = \text{const.}$ という条件は塑性ポテンシャルとしてはふさわしくないようである。このように塑性ポテンシャルを決めることなくひずみ増分方向が説明できるのは興味深い。なお、SMP に基づく従来の関係式^{1), 2)}では、oct 面上のひずみ増分方向と応力方向が一致することになり、このような実測値の傾向を説明できない。以上、SMP に基づく新たなひずみ増分量 ($d\epsilon_{SMP}^*$, dr_{SMP}^*) を導入した応力・ひずみ関係式に基づけば、3 主応力下の種々のせん断試験結果を統一的に説明できることを示した。

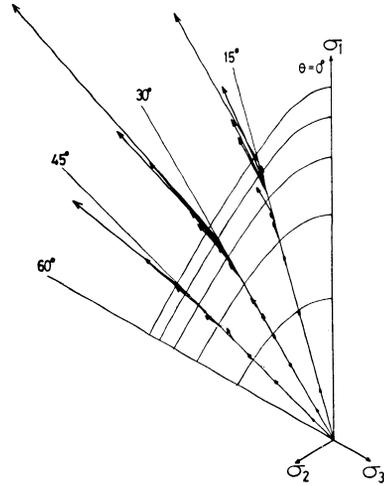


Fig. 25 Shear strain increment vectors on octahedral plane obtained by true triaxial tests on Toyoura sand.

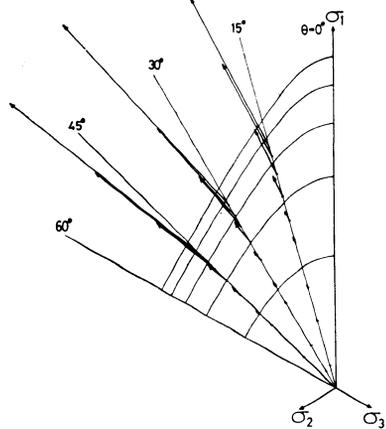


Fig. 26 Shear strain increment vectors on octahedral plane calculated by proposed theory.

(3) SMP に基づく破壊規準の検証

最後に、従来より提案している SMP に基づく破壊規準^{1), 2)}の実験データによる検証を行う。Fig. 27 は多軸試験機および通常の三軸試験機による破壊時の応力状態を正八面体面 (oct 面) 上にプロットしたものである。ここに ■ 印は多軸試験機による結果を、○ 印は通常の円筒供試体による三軸試験結果を表している。一方、著者らは SMP 上のせん断・垂直応力比 τ_{SMP}/σ_{SMP} がある一定値に達すると土が破壊するとして、次式で示される破壊規準を提案している^{1), 2)}。

$$\begin{aligned} \frac{\tau_{SMP}}{\sigma_{SMP}} &= \sqrt{\frac{J_1 \cdot J_2 - 9J_3}{9J_3}} \\ &= \frac{2}{3} \cdot \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2}{4\sigma_1\sigma_2} + \frac{(\sigma_2 - \sigma_3)^2}{4\sigma_2\sigma_3} + \frac{(\sigma_3 - \sigma_1)^2}{4\sigma_3\sigma_1}} \end{aligned}$$

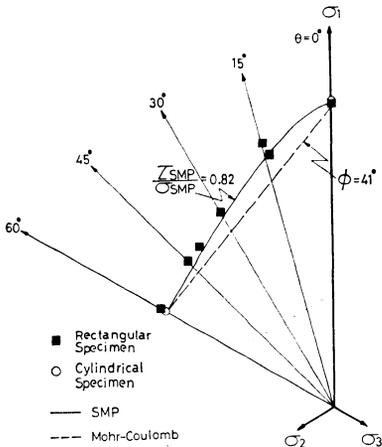


Fig. 27 Comparison of Mohr-Coulomb's and proposed criteria with stress conditions at failure on octahedral plane obtained by triaxial compression, triaxial extension and true triaxial tests on Toyoura sand.

$$= \frac{2}{3} \cdot \sqrt{\tan^2 \phi_{m012} + \tan^2 \phi_{m023} + \tan^2 \phi_{m013}}$$

$$= \text{const.} \dots\dots\dots (44)$$

あるいは、

$$\frac{J_1 \cdot J_2}{J_3} = \text{const.} \dots\dots\dots (45)$$

Fig. 27 には Mohr-Coulomb の破壊規準を破線で、SMP に基づく破壊規準を実線で示している。実測値(プロット)は、Sutherland・Mesdary の実験結果¹⁶⁾同様、三軸圧縮および三軸伸張条件下では Mohr-Coulomb の規準に一致し、相違なる 3 主応力下では Mohr-Coulomb の規準より強度が大きくなっている。SMP に基づく破壊規準は、このような実測値の傾向をよく説明しており、3 主応力下の土の強度特性を統一的に規定しているといえるようである。ところで、3 主応力下の土の強度特性については三軸伸張条件時の内部摩擦角が三軸圧縮条件時のそれよりも大きくなるという報告^{11), 12)}もなされているが、これは多軸試験の実験方法のところでは述べたように、三軸伸張条件に近い応力状態(2つの主ひずみが圧縮側となる場合)では試料隅角部のアーチングによる影響が大きく効いているためではないかと想像される。

6. あとがき

本論文の骨子をまとめると以下のとおりである。

(1) 2. では、まず 2 次元粒状体について、従来の滑動面上の応力・ひずみ関係式の誘導過程に立ちもどって考察した結果、粒状体の平均的な滑動方向は主ひずみ増分方向と一致することを明らかにし、主ひずみ増分ベクトルの滑動面に垂直な成分および平行な成分を新たな

ひずみ増分量 ($d\epsilon_N^*$, dr^*) と定義した。そして、これらのひずみ増分量と滑動面上のせん断・垂直応力比 (τ/σ_N) との間に、従来の関係式同様ユニークな関係式が成立することを示した。

(2) 3. では、一般の土のように 3 主応力が作用する場合には、上述の滑動面上の応力・ひずみ関係式が 3 次元空間内の土粒子の平均的な滑動面と考えられる空間滑動面 (SMP) 上で成立すると考え、3 主応力下の土の応力・ひずみ関係式を提案した。

(3) 4. では、三軸圧縮・伸張試験および多軸試験の実験方法について述べた。特に、多軸試験は 3 主応力を 2 つの剛板と 1 つの液圧で載荷するタイプの試験機を用いて行ったが、一方の剛板が押し込まれるとき、他方の剛板が引き出されるように載荷方法を工夫することによって、試料隅角部のアーチングの影響を極力除去し、試験精度の向上を図った。

(4) 5. では、3. で提案した土の応力・ひずみ関係式が 3 主応力下の土のせん断特性を統一的に説明できることを、平均主応力一定条件下の三軸圧縮・伸張試験および多軸試験結果によって検証した。特に、本提案式が、従来の SMP に基づく応力・ひずみ関係式やよく用いられている正八面体面に基づく理論では説明できなかった種々のせん断挙動をも統一的に説明可能なことを示した。さらに従来より提案している SMP に基づく破壊規準の妥当性についても実験データによって検証した。

以上、本論文で提案した土の応力・ひずみ関係式は 3 主応力下の種々の土のせん断挙動を統一的に規定できることを示した。また、その土質パラメーターがすべて通常の円筒形供試体についての三軸圧縮試験(もしくは三軸伸張試験)より決定することができるのは、意義深いことと思われる。

謝 辞：日頃ご援助をいただいている名古屋工業大学工学部土木工学科 山内利彦教授、多軸試験機を貸与していただき折にふれ励ましていただいている京都大学防災研究所 柴田 徹教授に感謝いたします。また三軸試験に協力していただいた元・名古屋工業大学土木工科学部生 中島 卓、山内 健君、ならびに多軸試験とその改良に協力していただいた元・名古屋工業大学土木工科学部大学院生 石崎 仁君、学部生 南 良則、横井 智君に感謝いたします。なお本論文は昭和 53 年度文部省科学研究費(奨励研究 A)によるものの一部である。

【付 録】

3 次元空間における土粒子の平均的な滑動方向が主ひずみ増分ベクトルの方向と一致することの証明：

Fig. A1 に示すような各辺の長さ $L_1 \times L_2 \times L_3$ なる

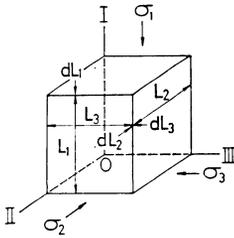


Fig. A 1 A soil element under three principal stresses.

土要素が 3 主応力 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ を受けて、それぞれ dL_1, dL_2, dL_3 だけ変形したとする。I, II, III 方向の単位長さ当りの平均的な滑動粒子接点数をそれぞれ m_1, m_2, m_3 個とすれば、I, II, III 方向の 1 接点当りの平均的な土粒子の滑動量は次のように表される。

$$\left(\frac{dL_1}{m_1 L_1}, \frac{dL_2}{m_2 L_2}, \frac{dL_3}{m_3 L_3} \right)$$

$$= \left(\frac{d\epsilon_1}{m_1}, \frac{d\epsilon_2}{m_2}, \frac{d\epsilon_3}{m_3} \right)$$

そして 2 次元の場合と同様、土要素内の滑動接点の場所的な分布が一様である とすれば $m_1 = m_2 = m_3$ となり、上式は各粒子接点での粒子の平均的な滑動方向が主ひずみ増分ベクトル $(d\epsilon_1, d\epsilon_2, d\epsilon_3)$ の方向に一致することを意味する。

参考文献

- 1) Matsuoka, H. and T. Nakai : Stress-deformation and strength characteristics of soil under three different principal stresses, Proc. of JSCE, No. 232, pp. 59~70, 1974.
- 2) Matsuoka, H. and T. Nakai : Stress-strain relationship of soil based on the 'SMP', Proc. of Specialty Session 9, 9th Int. Conf. SMFE, pp. 153~162, 1977.
- 3) Matsuoka, H. : A microscopic study on shearing mechanism of granular materials, Soils and Foundations, Vol. 14, No. 1, pp. 29~43, 1974.
- 4) Matsuoka, H. : Stress-strain relationship of sands bas-

- ed on the mobilized plane, Soils and Foundations, Vol. 14, No. 2, pp. 47~61, 1974.
- 5) Murayama, S. : A theoretical consideration on a behaviour of sand, Proc. of IUTAM symposium on reology and soil mechanics. pp. 146~159, 1964.
- 6) Pearce, J.A. : A new true triaxial apparatus, stress-strain behaviour of soils, Proc. of Roscoe memorial symposium, Cambridge Univ., pp. 330~339, 1971.
- 7) Ko, H.Y. and R.F. Scott : A new soil testing apparatus, Geotechnique, Vol. 17, No. 1, pp. 40~57, 1967.
- 8) 宮森建樹 : 多軸応力状態における砂のせん断強さと変形特性, 土木学会論文報告集, 第 255 号, pp. 81~91, 1976.
- 9) Yamada, Y. : Deformation characteristics of sand in three dimensional stress state, Proc. of U.S.-Japan seminar on continuum-mechanical and statistical approaches in the mechanics of granular materials, pp. 91~97, 1978.
- 10) Shibata, T. and D. Karube : Influence of the variation of the intermediate principal stresses on the mechanical properties of normally consolidated clay, Proc. of 6th Int. Conf. SMFE, Vol. 1, pp. 359~363, 1965.
- 11) Green, G.E. : Strength and deformation of sand measured in an independent stress controll cell, stress-strain behaviour of soils, Proc. of Roscoe memorial symposium, Cambridge Univ., pp. 285~323, 1971.
- 12) Lade, P.V. and J.M. Duncan : Cubical triaxial tests on cohesionless soil, Proc. of ASCE., Vol. 99, No. SM 10, pp. 793~812, 1973.
- 13) たとえば, Schofield, A.N. and C.P. Wroth : Critical State Soil Mechanics, McGraw-Hill, London, 1968.
- 14) Lade, P.V. and J.M. Duncan : Elastoplastic stress-strain theory for cohesionless soil, Proc. of ASCE, Vol. 101, No. GT 10, pp. 1037~1053, 1975.
- 15) Yong, R.N. and E. Mckyes : Yield and failure of clay under triaxial stresses, Proc. of ASCE., Vol. 97, No. SM 1, pp. 159~176, 1971.
- 16) Sutherland, H.B. and M.S. Mesdary : The influence of the intermediate principal stress on the strength of sand, Proc. of 7th Int. Conf. SMFE, Vol. 1, pp. 391~399, 1969.

(1979.4.26・受付)